ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 3 JUIN 1918.

PRÉSIDENCE DE M. P. PAINLEVÉ.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

THÉORIE DES NOMBRES. — *Sur le nombre des classes de formes à indéterminées conjuguées, indéfinies, de déterminant donné.* Note (¹) de M. G. **Humbert**.

1. A l'occasion de deux Notes publiées ici même, et en vue de vérifications numériques, j'ai pu constater, sur plusieurs exemples, que, pour les formes d'Hermite indéfinies, proprement primitives, et de déterminant *pair ou impairement pair*, il n'y avait jamais qu'*une seule* classe; j'ai reconnu depuis que c'était là un fait général et, aussi, qu'une proposition analogue s'appliquait aux formes indéfinies improprement primitives.

Les démonstrations dérivent très simplement d'une importante propriété des formes quadratiques réelles ternaires qu'a établie Arnold Meyer et qui sera énoncée plus bas; on indiquera avec quelque détail, à titre d'exemple, la marche de l'une d'elles.

2. *Déterminants impairement pairs.* — Soit F la forme *indéfinie*

$$F = a x x_0 + b_0 x y_0 + b y x_0 + c y y_0, \tag{1}$$

que nous supposerons *proprement primitive* et de déterminant $D = bb_0 - ac$, *positif et impairement pair.*

(¹) Séance du 21 mai 1918.

Si l'on pose

$$x = z + it, \qquad y = u + iv, \qquad b = B + iB',$$

elle s'écrit

$$F = a(z^2 + t^2) + c(u^2 + v^2) + 2B(zu + tv) + 2B'(tu - zv).$$

Nous pouvons admettre, en remplaçant au besoin F par une forme équivalente, que a est impair, et $ac \leqq 0$.

Dans F, remplaçons z et v par nz et $2mz$, où m, n sont des entiers; nous obtenons la forme *ternaire réelle* Φ (*indéfinie* par $ac \leqq 0$)

$$(2) \qquad \Phi = (an^2 - 4B'mn + 4cm^2)z^2 + at^2 + cu^2 + 2Bn\,zu + 4Bm\,zt + 2B'tu,$$

dont le déterminant est DH, étant posé

$$H = -an^2 + 4B'mn - 4cm^2.$$

Il est aisé de voir qu'on peut déterminer m et n de telle sorte : 1° que H soit impair et positif; 2° que les coefficients de l'adjointe de Φ n'aient aucun facteur commun. Soit $\mathcal{F}$ cette adjointe *changée de signe;* $\mathcal{F}$ est dite la *réciproque* de Φ, elle est proprement primitive et les *invariants* de Φ sont dès lors $\Omega = -1$ et $\Delta = DH$, dans la notation classique de Stephen Smith; d'après les hypothèses, on a $\Delta \equiv 2 \pmod 4$.

On aura évidemment établi qu'il n'y a qu'une classe de formes F pour le déterminant D si l'on prouve que F peut représenter $+1$ (car alors F sera manifestement équivalente à $xx_0 - Dyy_0$), ou encore, si l'on prouve que Φ représente $+1$.

Observons d'abord que, Ω étant -1, les *caractères génériques principaux* de Φ sont les $\left(\frac{\mathcal{F}}{\delta}\right)$, en désignant par δ un diviseur premier impair quelconque de Δ; il y a en outre, puisque $\Omega \equiv 1 \pmod 2$ et $\Delta \equiv 2 \pmod 4$, un *caractère supplémentaire* que donnent les Tables de Stephen Smith, mais qui s'exprime à l'aide des caractères principaux et de Ω, Δ (¹).

Considérons maintenant les formes quadratiques binaires, positives, proprement primitives, de déterminant $-\Delta$.

Parmi elles, il y en a une, $\varphi = (\alpha, \beta, \gamma)$, où $\beta^2 - \alpha\gamma = -\Delta$, telle que α soit premier à Δ, et dont les caractères génériques *principaux*, c'est-à-dire les $\left(\frac{\alpha}{\delta}\right)$, peuvent être choisis quelconques *a priori :* cela tient à ce qu'il y a,

(¹) Smith, *On the orders and genera of ternary quadratic forms* (*Phil. Trans.*, t. 157) et *Œuvres*, t. 1, p. 455 (voir principalement le n° 8).

pour un déterminant $\equiv 2 \pmod 4$), un caractère générique supplémentaire, *qui figure dans la relation fondamentale classique entre les caractères;* dès lors, d'après la théorie des genres, les autres caractères, c'est-à-dire *les principaux*, peuvent être arbitrairement choisis.

Nous pouvons donc supposer φ déterminée de telle sorte que $\left(\frac{\alpha}{\delta}\right) = \left(\frac{\mathcal{F}}{\delta}\right)$, pour tous les diviseurs premiers, δ, de Δ.

Alors la forme ternaire indéfinie $\Phi' = z^2 - \varphi(t, u)$ jouit des propriétés suivantes :

1° Elle est proprement primitive, et de *déterminant* $\alpha\gamma - \beta^2$, c'est-à-dire Δ;

2° Son adjointe, $-\mathcal{F}'$, est proprement primitive, en sorte que les invariants de Φ' sont $\Omega' = -1$ et $\Delta' = DH$, c'est-à-dire Ω et Δ;

3° Φ' a les mêmes caractères génériques que Φ; car, par ce qui précède, cela revient à dire que les caractères *principaux* des deux formes coïncident ou que

$$\left(\frac{\mathcal{F}}{\delta}\right) = \left(\frac{\mathcal{F}'}{\delta}\right);$$

or un des coefficients des carrés dans $\mathcal{F}'$ étant α (nombre premier à Δ), $\left(\frac{\mathcal{F}'}{\delta}\right)$ est $\left(\frac{\alpha}{\delta}\right)$, c'est-à-dire $\left(\frac{\mathcal{F}}{\delta}\right)$.

Donc Φ et Φ' sont du même ordre et du même genre. C'est ici qu'intervient le théorème fondamental d'Arnold Meyer [1] :

Deux formes ternaires indéfinies primitives, de mêmes invariants Ω et Δ impairs ou impairement pairs et sans facteur premier commun impair, sont équivalentes si elles appartiennent au même genre.

Donc, ici, Φ équivaut à Φ' et comme Φ' représente manifestement $+1$, il en est de même de Φ. C. Q. F. D.

3. *Déterminants impairs.* — Si, avec les mêmes notations, D est impair, on peut ne pas introduire directement la notion de genre.

Il résulte en effet d'un théorème de A. Meyer [2] que toute forme

---

(1) *Crelle*, t. **108**, p. 139.

(2) *Ibid.*, t. **115**, p. 179.

ternaire indéfinie, proprement primitive, pour laquelle Ω est égal à -1, et Δ impair, représente l'un, au moins, des nombres ± 1 : il en est donc ainsi de Φ, qui a pour invariants $\Omega = -1$ et $\Delta = DH$; et dès lors F, représentant ± 1, équivaut à l'une des formes $\pm(xx_0 - Dyy_0)$.

On montre ensuite que ces deux formes s'équivalent en prouvant que $-xx_0 + Dyy_0$ peut représenter $+1$. Il suffit de le faire voir pour la forme ternaire indéfinie

$$\psi = -z^2 - t^2 + D(1 + m^2)u^2,$$

m étant 2 et 0 selon que D est congru ou non à -1 (mod 8) ; cette forme a pour invariants $\Omega = -1$ et $\Delta = D(1 + m^2)$, et Δ est congru à 1, 3 ou 5 (mod 8); or, d'après A. Meyer (*ibid.*), une telle forme représente toujours $+1$, ce qui établit le théorème [1].

4. *Formes improprement primitives.* — Dans F (n° 2), on suppose a, b, b_0, c sans diviseur commun, mais a et c pairs, bb_0 impair : alors $D = bb_0 - ac$ est positif et $\equiv 1 \pmod 4$.

On admettra ici que $a \equiv 2 \pmod 4$, et $ac \leqq 0$; de plus, B et B′ étant de parités contraires, on supposera B′ impair; sinon, on permuterait les rôles de z et de t dans la formation de Φ.

La forme Φ, donnée par (2), est *improprement primitive*, et H est pair; on reconnaît aisément qu'on peut choisir m et n de manière que $\frac{1}{2}$DH soit positif et $\equiv -1 \pmod 8$, et que l'adjointe, $-\mathcal{F}$, de Φ, soit *proprement primitive;* les invariants de Φ sont alors $\Omega = -1$, $\Delta = DH$, avec $\Delta \equiv -2 \pmod{16}$.

On montre ensuite qu'on peut trouver une forme binaire quadratique, φ, positive, *improprement primitive*, de déterminant $-\frac{1}{2}\Delta$, telle que les $\left(\frac{\varphi}{\delta}\right)$ soient les $\left(\frac{\mathcal{F}}{\delta}\right)$: cela tient à ce que *la relation* fondamentale qui lie les caractères $\left(\frac{\varphi}{\delta}\right)$ lie ici les $\left(\frac{\mathcal{F}}{\delta}\right)$, d'après les formules de Smith (*loc. cit.*). On reconnaît alors que la forme indéfinie Φ',

$$\Phi' = 2z^2 - \varphi(t, u),$$

---

(1) Nos notations sont celles de Bachmann dans sa *Théorie des nombres;* elles diffèrent de celles de A. Meyer par des changements de signe. Pour la dernière proposition, voir la quatrième Partie de l'Ouvrage de Bachmann, p. 255.

qui est *improprement primitive*, d'invariants -1 et Δ, appartient au même genre que Φ, donc lui équivaut d'après le théorème de Meyer.

Dès lors Φ, et par suite aussi F, représente proprement $+2$, d'où l'on conclut sans difficulté que F équivaut à l'une des deux formes

$$2xx_0 + xy_0 + yx_0 - \frac{1}{2}(D-1)yy_0, \qquad 2xx_0 + ixy_0 - iyx_0 - \frac{1}{2}(D-1)yy_0,$$

qui ne peuvent jamais être équivalentes *dans le sens ordinaire*, mais qui se transforment l'une dans l'autre par la substitution $|x, y; ix, y|$, de déterminant $+i$.

Ainsi, pour un déterminant positif donné, il y a *deux* classes improprement primitives (indéfinies).

5. *Déterminants pairement pairs*. — Si $D \equiv 0 \pmod 4$, il y a *au moins deux* classes proprement primitives indéfinies, à savoir celles qui ont pour représentants respectifs les formes *non équivalentes* $\pm(xx_0 - Dyy_0)$. Nous ne pouvons affirmer qu'il y en ait *exactement deux*, les raisonnements précédents ne s'appliquant plus, parce que, d'une part, toute forme ternaire Φ, représentable par F, a nécessairement son déterminant divisible par D, ainsi qu'on le voit aisément, et parce que, d'autre part, pour les formes ternaires dont un invariant est $\equiv 0 \pmod 4$, le théorème de Meyer se présente, *quand il subsiste*, avec de grandes complications d'énoncé.

Des propositions analogues à celles des nos 2 à 4 s'appliquent aux formes d'Hermite indéfinies *dans le corps quadratique* $i\sqrt{d}$, et se démontrent par les mêmes méthodes.

6. *Conclusions*. — On peut dès lors formuler les conclusions suivantes, en combinant les résultats ci-dessus avec ceux de nos deux dernières Notes [1] :

I. *Pour un déterminant positif donné*, D, *impair ou impairement pair, les formes d'Hermite indéfinies, proprement primitives, du corps* $\sqrt{-1}$, *appartiennent toutes à une seule et même classe.*

II. *Le nombre total des représentations de m impair, premier à* D, *par l'une d'elles*, $F(x, y)$, *avec la condition que le point* $x:y$ *soit dans un des domaines*

---

[1] *Comptes rendus*, t. 166, 1918, p. 581 et 753.

fondamentaux, $\mathfrak{P}$, *du sous-groupe de Picard correspondant à cette forme, est deux fois la somme des diviseurs de m.*

III. *Si n est le nombre des côtés du polygone (convexe)* $\mathfrak{P}$, *côtés qui sont des arcs de cercle orthogonaux à l'équateur de la sphère représentative de* F, *et si* $\Sigma\omega$ *est la somme de ses angles euclidiens, on a la relation*

$$(n-2)\pi - \Sigma\omega = \pi D \Pi_q \left[1 + \left(\frac{-1}{q}\right)\frac{1}{q}\right],$$

Π s'étendant à ceux des diviseurs premiers q, de D, qui sont impairs, distincts et supérieurs à 1.

IV. *Pour un déterminant positif donné*, D, *congru à* 1 (mod 4), *les formes d'Hermite indéfinies, improprement primitives, du champ* $\sqrt{-1}$, *appartiennent à deux classes distinctes, qui se transforment d'ailleurs l'une dans l'autre par des substitutions de déterminant* $+i$.

V. *La forme indéfinie* $F(x, y)$ *ci-dessus représente proprement tout entier impair premier à* D; *elle représente proprement ou improprement tout entier pair sans diviseur impair commun avec* D.

VI. *Si d est positif, congru à* 1 *ou* 2 (mod 4), *les formes d'Hermite indéfinies du corps* $i\sqrt{d}$, *proprement primitives, de déterminant donné*, D, *impair ou impairement pair, ne forment qu'une seule classe : il faut toutefois que* D *et d n'aient aucun diviseur impair commun.*

Chacune de ces formes représente proprement tout entier impair premier à Dd.

Des propositions analogues à celles de nos deux dernières Notes s'appliquent aux formes quadratiques ternaires indéfinies, dans le champ réel; il faut seulement introduire, au lieu du domaine $\mathfrak{P}$ de Picard, le domaine que Poincaré a rattaché aux transformations d'une forme ternaire en elle-même : en particulier, on obtient des résultats qui rappellent ceux II et III ci-dessus et que nous exposerons à une autre occasion.

ASTRONOMIE. — *L'observatoire du Collége Louis-le-Grand* (dernière période) *et les travaux astronomiques de la mission française de Pékin*. Note [1] de M. G. **Bigourdan**.

Après la fin de la première période (1684), il s'écoule près de 70 années dans lesquelles nous ne rencontrons plus d'observation astronomique faite dans ce Collége.

Cependant il y avait alors un modeste mais véritable observatoire, auquel on donnait indifféremment ce nom ou celui de *belvédère*, *guérite* ou *tour*.

Les renseignements les plus circonstanciés que nous ayons sur sa composition ou disposition nous sont donnés par G. Emond en 1845, dans son Histoire de ce Collége, p. 362 :

Le Belvéder, dit-il, s'élevait entre le Plessis et Louis le Grand du côté de la cour des cuisines, sur le batiment neuf construit en 1660. Il se composait de deux petites chambres, l'une au-dessus de l'autre, surmontées d'une plateforme qui dominait tout Paris. C'était l'observatoire des jésuites qui y conduisaient les élèves pour les leçons d'astronomie. On l'a détruit récemment, parce qu'il menaçait ruine.

Cet emplacement est bien celui qu'indiquent les nombres donnés plus loin, et d'où nous déduirons ses coordonnées géographiques. Ses dimensions, dont nous n'avons pu retrouver la valeur exacte, étaient assez restreintes : lors du passage de Mercure du 6 mai 1753, deux observateurs, le P. de Merville [2] et Libour, purent s'y installer avec leurs lunettes de 16 et 15 pieds de long; mais ils y étaient fort resserrés.

Sa stabilité devait être suffisante, car on y prenait parfois des hauteurs correspondantes du Soleil pour régler la pendule; et l'on parle alors de ses fenêtres, trop basses pour observer ces hauteurs en été.

D'après le plan de Paris dit « de Turgot », cet observatoire était de

---

(1) Séance du 27 mai 1918.

(2) *Jean-Nicolas Cairon de* Merville, né à Caen le 12 octobre 1714, professa plusieurs années la philosophie et les mathématiques au Collége Louis-le-Grand; il s'y trouvait encore en 1762. A la suite de l'expulsion de son ordre (1763) il dut se retirer à Fribourg, en Suisse, ainsi qu'il résulte d'une lettre de Turgot du 8 avril 1764.

forme rectangulaire et d'environ $5^m \times 4^m$, avec une seule fenêtre par étage sur chaque face.

Quant aux instruments, de ce que dit le P. de Merville à l'occasion du passage de Mercure de 1753 (¹), on peut conclure que c'étaient un petit quart de cercle, un secteur de 3 pieds environ de rayon et peut-être la lunette de 16 pieds employée alors. Dans la suite, quand on y fait des observations, la pendule et la lunette sont apportées du dehors, et ordinairement la correction de la pendule est déduite de signaux envoyés de l'observatoire voisin, dit de l'Hôtel de Cluny (²).

Les professeurs du collége y observaient rarement, à ce qu'il semble. Messier dit, il est vrai, en 1760, que le P. de Merville, professeur de Mathématiques, y fait ses observations; mais celles qu'il a publiées sont bien peu nombreuses. C'est surtout Messier qui, lorsqu'il a besoin d'un horizon complètement dégagé, utilise de loin en loin cet observatoire, comme le prouve la liste suivante des observations que nous avons pu relever dans la période considérée.

1. — 1753 mai 6 (*). — Passage de Mercure (sortie), observé par le P. de Merville et Libour, respectivement avec des lunettes de 16 et de 15 pieds. En outre le P. de Merville fit de nombreuses déterminations de la position de Mercure par rapport aux bords du Soleil, en observant les passages aux fils d'un sextant astronomique. (*Mém. de Trévoux*, 1753, 2084-2097, et *Mém. Acad.*, 1753, H. 232 et M. 248.)

2. — 1759 avril 1-13. — Observations, par Messier, de la comète de Halley, dont c'était le premier retour annoncé. Télescope newtonien de $4\frac{1}{2}$ pieds et de 53′ de champ. (*Mém. Acad.*, 1759, H. 146, et 1760, M., 380-465, particulièrement p. 400.)

3. — 1761 juin 6. — Passage de Vénus (sortie), observé par le P. de Merville, avec un excellent télescope newtonien de 6 pieds, et, à côté, par le P. Clouet (³), avec un télescope *qu'il avait construit lui-même* et de 32 pouces (ailleurs 15 pouces). (*Mém. Acad.*, 1761, H. 102, 165, M. 80-81.)

4. — 1769 juin 3 (*). — Passage de Vénus (entrée), observé par deux

(¹) *Mém. de Trévoux*, 1753, p. 2090, 2092.

(²) C'est le cas dans les observations ci-dessous, 1, 4, 6, ..., qui ont été marquées d'un astérisque (*).

(³) *Jean-Baptiste Louis* Clouet, né à Rennes, le 20 janvier 1730.

équipes, Messier et Baudoin à l'étage supérieur, Turgot et Zannoni à l'étage au-dessous :

Messier : lunette d'Antheaulme de 12 pieds; il fait aussi des mesures micrométriques avec un télescope grégorien d'un pied de long et de 3 pouces d'ouverture.

Baudoin : lunette à 3 verres de 39 lignes d'ouverture, appartenant au ministre Bertin.

Turgot, alors intendant de Limoges : petit télescope grégorien de 15 pouces de long.

Zannoni : télescope grégorien de Short, de 3 pieds de foyer.

On avait eu soin de maintenir autant que possible les curieux à un étage inférieur, d'où l'on pouvait également voir Vénus, au moyen d'instruments qu'on y avait apportés et qui appartenaient au président de Saron. (*Mém. Acad.*, 1771, 501-506.)

5. — 1769 juin 4 (*) au matin. — Éclipse partielle de Soleil, observée par Messier, avec le petit télescope d'un pied qui venait de lui servir pour les mesures micrométriques de Vénus sur le Soleil. (*Mém. Acad.*, 1771, 12.)

6. — 1775 juillet 23-octobre 3 (*). — Observation, par Messier, de la comète 1770 II qui est la célèbre comète de Lexell, découverte par Messier le 14-15 juin précédent. (*Mém. Acad.*, 1776, 597-581 et particulièrement p. 605.)

7. — 1773 mars 23 (*) au matin. — Éclipse de Soleil (fin), observée par Messier; il fait des mesures micrométriques avec une lunette ordinaire de 3 ½ pieds et observe le dernier contact avec l'excellente lunette de 3 pieds, à objectif triple, appartenant à de Saron. (*Mém. Acad.*, 1773, 51-53.)

8. — 1781 octobre 17 (*) au matin. — Éclipse de Soleil (fin), observée par Messier, avec sa « grande lunette acromatique de 40 pouces de foyer à grande ouverture, garnie de son micromètre à fils » qui lui servait à la même époque pour l'observation des comètes. (*Mém. Acad.*, 1781, 362, et 1782, 652-657.)

9. — 1782 novembre 12. — Observation, par Lalande, du passage de Mercure, dont l'entrée et la sortie étaient visibles à Paris. (*Mém. Acad.*, 1782, 207.)

Coordonnées. — Les observateurs qui ont travaillé à la « guérite » n'ont pas pris soin de nous donner sa longitude et sa latitude. Messier dit seulement (*Mém. Acad.*, 1771, p. 501) qu'elle est 2 secondes à l'est de l'Observatoire. Fort heureusement La Caille l'avait rapportée à la méridienne et à la perpendiculaire (liste T_2, voir I, 76); d'ailleurs plus tard Jeaurat répéta la même opération (liste T_1). J'adopterai les nombres de la liste T_2 qui donne, sous le n° 76 : $325^T,8$ à l'Est et $676^T,2$ au Nord, d'où l'on conclut, d'après les éléments adoptés (I, 74-75) :

$$\Delta\mathcal{L} = 0'31'',15 = 0^m 2^s,076\text{E}; \quad \Delta\varphi = +0'42'',67; \quad \varphi = +48°50'53'',67.$$

Mission des jésuites français en Chine ([1]). — Nous avons vu comment fut décidé, en 1685, le départ des missionnaires astronomes destinés à la Chine.

Dès que le projet de leur voyage fut devenu public, on les exerça aux observations astronomiques, et divers membres de l'Académie des Sciences rédigèrent pour eux des Instructions, notamment « touchant les remarques qu'il seroit à propos de faire à la Chine, et touchant les choses qu'il faudroit envoyer en France, tant pour l'enrichissement de la Bibliothèque du Roy que pour la perfection des Arts ». Ils furent munis des instruments nécessaires et de lunettes dont quelques-unes devaient être offertes à l'observatoire de Pékin. En outre l'Académie des Sciences les élut comme ses *Correspondants* et, par lettres patentes, ils furent nommés *Mathématiciens du Roy* dans les Indes et à la Chine.

Embarqués à Brest avec le chevalier de Chaumont, leur départ eut lieu le 3 mars 1685. Le P. Tachard ([2]) et l'abbé de Choisy ([3]) nous ont laissé une relation détaillée du voyage; en outre les premières observations de

---

([1]) Pour la bibliographie, voir :

H. Cordier. BIBLIOTHECA SINICA. *Dictionnaire bibliographique des ouvrages relatifs à l'empire chinois*. 2e édit. Paris, 1904-1908, 4 vol. in-4° (Abrév. : *Bibl. Sin.*).

([2]) VOYAGE DE SIAM *des Peres Jesuites envoyez par le Roy aux Indes et à la Chine. Avec leurs observations*.... Paris, 1686, 1 vol. in-4° de 16-432 pages et planches (Abrév. : $Tachard_1$). Le nom de l'auteur ne se trouve qu'à la signature de la dédicace. Il y a des errata dans *Anc. Mém.*, VII_2, 3, 231. — Autre édition : Amsterdam, 1689, 1 vol. in-12.

([3]) JOURNAL DU VOYAGE DE SIAM *fait en MDCLXXXV. et MDCLXXXVI.* par M. L. D. C. Paris, 1687, 1 vol. in-4° de 4-416 pages. — Autres éditions : Amsterdam, 1687, 1 vol. in-12. — Trévoux, 1741, 1 vol. in-12.

ces missionnaires, présentées à l'Académie par le P. Gouye, furent publiées aussitôt [1].

Arrivés en vue du Cap à la fin de mai 1685, nos observateurs déterminèrent la longitude par une éclipse réapparition du premier satellite de Jupiter (5 juin 1685). Ils observèrent aussi la déclinaison magnétique et firent, le 3 juin, la remarque importante qui suit :

Le soir n'y ayant point d'observations particulières à faire, on considéra diverses Étoiles fixes avec la lunette de douze pieds.

Le pied du Cruzero marqué dans Bayer est une Étoile double, c'est-à-dire composée de deux belles Etoiles éloignées l'une de l'autre d'environ leur diamètre seulement, à peu prés comme la plus Septentrionale des Jumeaux ; sans parler d'une troisième beaucoup plus petite qu'on y voit encore, mais plus loin de ces deux. (*Tachard*$_1$, p. 77.)

Cette étoile est α Croix dont la distance des composantes ne devait pas dépasser alors 6″. La même découverte fut faite la même année par le P. Feuillée.

En mer ils observèrent ensuite l'éclipse de Lune du 16 juin, mais à l'œil nu seulement, à cause du mouvement du vaisseau.

On essayait alors de déterminer les longitudes en mer au moyen de chronomètres, qu'on appelait des *pendules à spiral et à secondes*. Un de ces instruments, construit par Thuret, fut mis en essai entre le Cap et Batavia; on le réglait journellement par les levers et couchers de Soleil : il donna des résultats contradictoires, d'où l'on conclut que sa marche n'était pas assez régulière pour donner les longitudes aux navigateurs.

A Batavia, l'accueil des Hollandais fut assez réservé; le ciel couvert empêcha d'ailleurs les observations des satellites de Jupiter.

Enfin, le 22 septembre 1685 on mouilla devant la barre du Meinan, six mois et demi après avoir quitté la France.

En attendant leur départ pour la Chine, le P. de Fontaney et ses confrères, chaudement accueillis par le roi et surtout par son tout-puissant ministre Constance Phaulkon, firent des déterminations de latitude, de

---

[1] OBSERVATIONS PHYSIQUES ET MATHEMATIQUES *pour servir à l'Histoire naturelle, et à la Perfection de l'Astronomie et de la Géographie :* envoyées de Siam... *avec les réflexions de Messieurs de l'Académie, et quelques Notes du P.* GOÜYE.... Paris, 1688, 1 vol. in-8° de 8-280 pages et planches (Abrév. : *Gouye*$_1$). — Reproduit dans *Anc. Mém.*, VII$_2$, 3, p. 1-127, sauf les observations d'Histoire naturelle, p. 1-60, qui sont dans *Anc. Mém.*, III$_3$, p. 641-670.

longitude, de déclinaison magnétique, de la longueur du pendule à seconde et des observations d'histoire naturelle ([1]).

Pour la longitude notamment, ils observèrent l'éclipse de Lune du 11 décembre 1685, en présence du roi, dans son château de Tlée-Poussonne, une lieue à l'Est de Louvo : le résultat fut de diminuer de 24° la longitude de Siam par rapport à celle qu'adoptaient de bonnes cartes de l'époque ([2]).

Ils y observèrent aussi, mais dans des circonstances assez dramatiques, la brillante comète d'août 1686 : ils n'étaient restés à Siam qu'en attendant la première occasion de passer à Macao, pour entrer en Chine par Canton. C'est ainsi qu'ils quittèrent ([3]) la barre du Meinan le 10 juillet 1686, sur un mauvais navire portugais qui bientôt fit eau de toutes parts; et enfin il s'échoua au nord de Chantaboun, près de la baie de Cassonet; de là, au milieu de bien des difficultés et dangers, ils regagnèrent Siam en septembre 1686 : c'est dans ces conditions que le P. de Fontaney observa la comète, dont il ne put prendre que des alignements (*Anc. Mém.*, VII_2, 3, 33).

Leur départ définitif eut lieu en juin 1687; et comme ils avaient appris que les Portugais empêchaient les missionnaires de passer de Macao à Canton, ils entrèrent en Chine par Ning-po, sur la côte Est, où ils arrivèrent le 23 juillet 1687, puis à Pékin le 7 février 1688.

Longtemps il n'y avait eu à Pékin que la mission portugaise, à laquelle appartenaient ainsi tous les jésuites de Chine, portugais ou assimilés. Cette mission perdit graduellement de son influence, et l'arrivée des jésuites

---

([1]) Toutes ses observations, à partir du Cap, sont publiées dans *Gouye*$_1$, p. 61-106, ou dans *Anc. Mém.*, VII_2, 3, p. 7-34.

([2]) Cette longitude aurait pu être corrigée depuis trois ans, car le 22 février 1682 le P. A. Thomas avait observé une éclipse de Lune à Juthia. Il fit là aussi, avec des moyens un peu grossiers, la détermination, alors très nécessaire, de quelques belles étoiles australes. Ces observations se trouvent dans *Gouye*$_1$, p. 129-194, ou dans *Anc. Mém.*, VII_2, 3, 46-85, suivies de celles du même observateur faites en 1683 à Macao et aux environs.

Antoine Thomas, né à Namur le 25 janvier 1644, enseigna deux ans la philosophie à Douai, s'embarqua pour la Chine à Lisbonne le 10 avril 1680, et y arriva en 1685. Il succéda au P. Verbiest comme président du Tribunal de Mathématiques de Pékin et mourut dans cette ville le 29 juillet 1709.

([3]) A l'exception du P. Le Comte, qui devait attendre le retour de P. Tachard, venu en Europe; mais il quitta le Siam lors du départ définitif, avec le P. de Fontaney et les quatre autres missionnaires.

français l'amoindrissait encore; aussi nos missionnaires ne furent-ils reçus à Pékin qu'après avoir éprouvé bien de l'opposition.

Ils obtinrent néanmoins la liberté de se répandre dans les provinces; même l'empereur régnant, Kang-hi, le Louis XIV de la Chine, employa dans les affaires les PP. Bouvet et Gerbillon; le 4 juillet 1693, il leur fit don d'une maison et en 1699 d'un grand terrain, dans l'enceinte du palais, pour y bâtir église et résidence. Enfin, en 1700 la mission française fut séparée complètement de la mission portugaise, par la nomination du P. Gerbillon comme vice-provincial de tous les jésuites français de Chine.

Tels furent les débuts de la première mission française de Pékin, dont les cinq membres fondateurs furent tous illustres par leurs talents et leurs ouvrages.

Cette mission s'accrut rapidement, car en 1697 Kang-hi chargea le P. Bouvet de revenir en France pour demander d'autres missionnaires; et en effet en 1699 il fut de retour à la Chine avec dix nouveaux, parmi lesquels certains, comme les PP. Parrenin, de Prémare, Régis, etc., sont également devenus célèbres. Et ainsi se perpétua pendant plus de 100 ans cette mission dont les membres ont tant contribué à faire connaître les régions orientales de l'Asie.

Pour l'Astronomie il serait intéressant de relever leurs très nombreuses observations publiées et de chercher celles qui sont restées inédites [1]; mais nous devons nous borner à rappeler qu'un de leurs premiers grands travaux fut une carte générale de Chine, en plusieurs feuilles, appuyée sur des déterminations précises de coordonnées géographiques : on pourra voir, dans un tableau donné par M. H. Cordier (*Bibl. Sin.*, I, col. 183...), les noms des missionnaires qui en sont les auteurs.

Il faut citer aussi les remarquables travaux du P. Gaubil, qui sont encore la base de nos connaissances sur l'Astronomie chinoise.

---

(1) On pourrait s'étonner qu'aucun jésuite français n'ait été jamais président du *Tribunal des Mathématiques*, si l'on ne savait que ce président était toujours choisi parmi les Portugais ou assimilés.

Tels furent successivement les PP. Schreck († 1630), Schall († 1666), Verbiest († 1688), A. Thomas († 1709), Grimaldi († 1712), Kögler († 1746), Hallerstein († 1774), de Rocha († 1781). Après la destruction de la Société, un lazariste français, le P. Raux († 1801), élève de Lalande, fut président du Tribunal (voir H. Cordier, *T'oung Pao*, 1916, p. 281).

ASTRONOMIE. — *Sur la diffraction des images solaires.*
Note de M. **Maurice Hamy.**

J'ai étudié, dans diverses Communications antérieures [1], l'intensité lumineuse en divers points de l'image d'un astre circulaire de diamètre 2ε, visible au foyer d'une lunette dont l'objectif est diaphragmé par une fente étroite de longueur l. Les formules établies en fournissent la valeur le long de l'axe de symétrie disposé, dans le champ, parallèlement à la fente. Elles montrent que l'intensité varie très rapidement, dans le voisinage du bord géométrique, c'est-à-dire de la circonférence qui limiterait l'image du disque, s'il n'y avait pas de diffraction.

On peut tracer la courbe figurant les variations de l'intensité, en fonction de la distance angulaire au centre de l'image et en prenant, comme unité, celle qui se manifeste au bord géométrique. Le coefficient angulaire de la tangente, au point de la courbe qui correspond à ce bord, a alors pour expression $-\frac{2}{3}\pi\frac{l}{\lambda}$, en appelant l la longueur de la fente et λ la longueur d'onde de la lumière pénétrant dans l'œil de l'observateur. Sa valeur absolue croît avec l. L'intensité variant d'autant plus rapidement, dans le voisinage immédiat du bord géométrique, que la valeur de la tangente est plus considérable, en valeur absolue, le bord optique, c'est-à-dire la limite apparente du disque telle qu'on la voit dans une lunette, est donc d'autant plus tranché que l est plus considérable. Est-il possible d'exagérer cette qualité, pour une fente de longueur donnée, en masquant plus ou moins la partie centrale de la fente? C'est ce que je me suis demandé, étant donné que le pouvoir optique d'un objectif augmente, sous certaines conditions, quand on dispose un écran opaque sur sa partie centrale. Pour traiter cette question, il convient tout d'abord de rappeler quelques formules établies antérieurement (*loc. cit.*), dont la connaissance est indispensable.

Si l'on pose

$$m = \pi l \frac{\varepsilon}{\lambda}, \qquad \alpha = \frac{\varphi}{\varepsilon},$$

φ représentant la distance angulaire, au centre de l'image, d'un point placé sur l'axe de symétrie parallèle à la fente, l'intensité en ce point, dans

---

[1] *Comptes rendus*, t. 165, 1917, p. 1082, et t. 166, 1918, p. 240.

le cas d'une fente libre dans toute sa longueur, est proportionnelle à l'intégrale

$$I = \int_{-1}^{+1} \sqrt{1-u^2} \left[\frac{\sin m(u-\alpha)}{m(u-\alpha)} \right]^2 du,$$

dont la valeur au bord géométrique ($\alpha = 1$), en tenant compte de ce que m est un nombre considérable, se réduit à

$$I_B = -\frac{\pi}{2m^2} + \frac{\sqrt{2\pi}}{m^{\frac{3}{2}}} \left[1 + \frac{1}{16m} + \ldots \right],$$

le produit par m^2 des termes négligés, entre crochets, restant fini lorsque m augmente indéfiniment.

D'autre part, au bord géométrique, la dérivée $\frac{dI}{d\varphi}$ a pour valeur

$$\left(\frac{dI}{d\varphi}\right)_B = \frac{2}{3} \frac{1}{\varepsilon} \frac{\sqrt{2\pi}}{m^{\frac{1}{2}}} \left[-1 + \frac{9}{16m} + \ldots \right],$$

le produit par m^2 des termes négligés, entre crochets, restant également fini lorsque m augmente indéfiniment.

Considérons maintenant une fente très étroite dont la partie centrale est masquée. Désignons par a la longueur commune des deux fractions restantes et par h la distance de leurs centres. Posant

$$\frac{\pi h}{\lambda} \sin \varepsilon = n,$$

on trouve que l'intensité à la distance angulaire φ du centre de l'image, sur l'axe de symétrie parallèle à la fente, est proportionnelle à l'expression

$$J = \int_{-1}^{+1} [\cos n(u-\alpha)]^2 \left[\frac{\sin n\rho(u-\alpha)}{n\rho(u-\alpha)} \right]^2 \sqrt{1-u^2}\, du,$$

ρ représentant le rapport $\frac{a}{l}$. Or on a l'identité

$$(\sin A \cos B)^2 = \frac{\sin^2(A+B) + \sin^2(A-B) + 2\sin^2 A - 2\sin^2 B}{4}.$$

On peut donc écrire

$$4J = \int_{-1}^{+1} \frac{\left\{ \begin{array}{l} [\sin^2 n(\rho+1)(u-\alpha) + \sin^2 n(\rho-1)(u-\alpha) \\ \qquad + 2\sin^2 n\rho(u-\alpha) - 2\sin^2 n(u-\alpha)] \sqrt{1-u^2} \end{array} \right\}}{[n\rho(u-\alpha)]^2}\, du$$

ou

$$
\begin{aligned}
4J = & \left(\frac{\rho+1}{\rho}\right)^2 \int_{-1}^{+1} \sqrt{1-u^2}\left[\frac{\sin n(\rho+1)(u-\alpha)}{n(\rho+1)(u-\alpha)}\right]^2 du \\
& + \left(\frac{1-\rho}{\rho}\right)^2 \int_{-1}^{+1} \sqrt{1-u^2}\left[\frac{\sin n(1-\rho)(u-\alpha)}{n(1-\rho)(u-\alpha)}\right]^2 du \\
& + \quad 2 \quad \int_{-1}^{+1} \sqrt{1-u^2}\left[\frac{\sin n\rho(u-\alpha)}{n\rho(u-\alpha)}\right]^2 du \\
& - \quad \frac{2}{\rho^2} \int_{-1}^{+1} \sqrt{1-u^2}\left[\frac{\sin n(u-\alpha)}{n(u-\alpha)}\right]^2 du.
\end{aligned}
$$

Les intégrales figurant dans cette formule sont de même forme que I. Il en résulte, en faisant $\alpha = 1$, qu'on a au bord géométrique $\Big[$en conservant seulement le terme le plus important des expressions de I_B et de $\left(\frac{dI}{d\varphi}\right)_B$ données ci-dessus$\Big]$

$$
4J_B = \sqrt{\frac{2\pi}{n^3}}\left[\left(\frac{\rho+1}{\rho}\right)^2 \frac{1}{(\rho+1)^{\frac{3}{2}}} + \left(\frac{1-\rho}{\rho}\right)^2 \frac{1}{(1-\rho)^{\frac{3}{2}}} + \frac{2}{\rho^{\frac{3}{2}}} - \frac{2}{\rho^2}\right]
$$

et

$$
4\left(\frac{dJ}{d\varphi}\right)_B = -\frac{2}{3\varepsilon}\sqrt{\frac{2\pi}{n}}\left[\left(\frac{\rho+1}{\rho}\right)^2 \frac{1}{\sqrt{\rho+1}} + \left(\frac{1-\rho}{\rho}\right)^2 \frac{1}{\sqrt{1-\rho}} + \frac{2}{\sqrt{\rho}} - \frac{2}{\rho^2}\right].
$$

On en tire

$$
\left(\frac{\frac{dJ}{d\varphi}}{J}\right)_B = -\frac{2n}{3\varepsilon}\,\frac{(1+\rho)^{\frac{3}{2}} + (1-\rho)^{\frac{3}{2}} + 2\rho^{\frac{3}{2}} - 2}{\sqrt{1+\rho} + \sqrt{1-\rho} + 2\sqrt{\rho} - 2}.
$$

La valeur du second membre fournit le coefficient angulaire de la tangente à la courbe, figurant les variations de J_B, au point correspondant au bord géométrique, quand on prend comme unité l'intensité en ce point.

Or la fonction de ρ qui accompagne le facteur $-\frac{2n}{3\varepsilon}$ croît de 0 à 2, lorsque ρ croît de 0 à 1. La plus grande valeur absolue de $\left(\frac{\frac{dJ}{d\varphi}}{J}\right)_B$ correspond donc à $\rho = 1$, c'est-à-dire au cas où la fente est libre dans sa partie

centrale, et l'on a alors

$$\left(\frac{\frac{dJ}{d\varphi}}{J}\right)_B = -\frac{4n}{3\varepsilon} = -\frac{4\pi h}{3\lambda}.$$

Comme h représente alors la moitié de la longueur de la fente, on retombe sur la valeur de la tangente, trouvée dans le cas d'une fente entièrement libre. La conclusion de la présente Note est donc que le bord optique de l'image est moins tranché, quand on masque la partie centrale de la fente, qu'en l'utilisant dans toute sa longueur.

MÉDECINE. — *La saignée lymphatique comme moyen de désintoxication.* Note de M. Yves Delage.

Dans un grand nombre de maladies, la vie du patient est mise en danger par des toxines très actives circulant dans l'organisme et qui sont engendrées plus vite qu'elles ne peuvent être éliminées par les émonctoires naturels. C'est le cas pour les maladies microbiennes, mais le procédé curatif dont il va être ici question ne s'applique pas à elles, parce que dans ce cas la source des toxines est illimitée et ne peut être épuisée que par la suppression des microbes responsables. Ce procédé n'a de valeur que dans les cas où la source des toxines est finie et peut être épuisée par des soustractions partielles continues jusqu'à effet total.

Tel est le cas, par exemple, pour les brûlures étendues et pour certains grands traumatismes où il y a grande abondance de tissus contus et mortifiés; on sait que dans ces cas le malade meurt véritablement empoisonné par la résorption des toxalbumines résultant de la désintégration des tissus atteints; la preuve en est que l'on supprime les accidents par une large exérèse des parties mortifiées; mais cette exérèse n'est pas toujours possible en raison soit de l'étendue excessive des lésions, soit de leur situation profonde.

Il en est de même aussi dans beaucoup de cancers; ici on est placé entre deux écueils : si l'on abandonne le malade à lui-même ou si les moyens mis en œuvre échouent, on assiste au développement progressif des tumeurs, puis à leur généralisation, et le malade meurt de cachexie lente ou par suite de la suppression des fonctions de quelque organe essentiel. Ici aussi l'exérèse chirurgical peut supprimer, ou plus souvent retarder, l'évolution fatale, mais ici encore l'opération est souvent rendue

impossible par la généralisation ou par la situation profonde des néoplasmes.

Le médecin peut alors avoir recours à des procédés de destruction physiques, chimiques ou physiologiques, tels que le radium, les rayons X, la diathermie, ou l'injection de substances médicamenteuses ou de sérums immunisants. On arrive ainsi assez souvent à mortifier des néoplasmes profonds et à soustraire le malade aux dangers les plus imminents de l'extension ou de la généralisation; mais des tissus morbides restant en place se détruisent par autolyse et libèrent dans l'organisme des toxines qui tuent le malade au moment où on le croyait sauvé. C'est ainsi que meurent les souris cancéreuses dont les néoplasmes ont été détruits par le sélénium.

Ces toxines sont en quantités finies et leur source se trouvera tarie dès que sera complète la régression des tissus cancéreux; mais elles tuent le malade parce qu'il n'y a pas pour elles d'émonctoires naturels assez actifs, vu qu'étant de nature colloïdale, elles ne traversent que peu ou point le filtre de ces émonctoires. Le médecin est donc à peu près désarmé et voit clairement le mal sans pouvoir lui opposer autre chose que des moyens dont l'insuffisance est notoire : diurétiques, purgatifs, sérums artificiels, antitoxiques chimiques.

Ce qu'il faudrait pouvoir faire, c'est changer les humeurs, ou tout au moins les drainer et les renouveler pendant toute la durée de la période critique.

Théoriquement, un moyen simple se présente à l'esprit : c'est la saignée très large suivie de la transfusion d'une quantité de sang égale à la quantité soustraite; mais on sait les dangers d'une telle opération, susceptible de sauver un malade une fois à la suite d'une grande hémorragie, mais tout à fait inapplicable quand il faut la renouveler plusieurs fois dans un court espace de temps.

C'est que la saignée, en même temps qu'elle évacue les toxines, soustrait à l'organisme des substances précieuses : hématies, leucocytes, protéines du plasma sanguin.

Il faudrait pouvoir faire une *saignée filtrante* qui évacuerait du plasma en laissant les globules; mieux encore, une *saignée sélective* qui, laissant en place les globules et le plasma, évacuerait seulement les toxines, avec une certaine quantité de sérum aisément remplaçable par des liquides artificiels. Un appareil capable d'opérer cette saignée filtrante ne paraît pas aisé à imaginer; pour moi, j'ai eu beau y concentrer mon attention, je n'y suis point parvenu.

Mais cette filtration, impossible à faire par des moyens artificiels, l'organisme l'opère lui-même par la fabrication de la lymphe. Réduits à leurs éléments histologiques, tous les tissus sont extra-vasculaires : nulle part le sang n'aborde directement les éléments anatomiques pour les nourrir ou les débarrasser de leurs déchets ; pour accomplir cette fonction il doit laisser exsuder des capillaires un liquide privé de globules (sauf quelques rares leucocytes issus par diapédèse) et riche en éléments nutritifs dissous qu'il abandonne aux éléments anatomiques, tandis qu'il se charge des excrétas pour les réintroduire dans le système sanguin par la voie des vaisseaux blancs; ce liquide c'est la lymphe.

Il est indiscutable que, chez les grands brûlés et les cancéreux, les toxines résorbées sont déversées d'abord dans les réseaux d'origine des lymphatiques et n'arrivent au sang que de façon médiate par l'intermédiaire du canal thoracique et de la grande veine lymphatique, et c'est le sang qui ensuite les charrie dans tout l'organisme et les met en mesure d'exercer leur influence néfaste sur les tissus sains, en particulier ceux du système nerveux central.

Il est donc hors de doute que les toxines sont à un moment donné dans la lymphe puisqu'elles sont déversées immédiatement dans la lymphe et retournent ensuite à la lymphe après avoir emprunté les voies de la circulation sanguine. Or la lymphe ne contient point d'hématies; elle est pauvre en leucocytes et pauvre en protéines plasmatiques; outre les substances de déchet et éventuellement les toxines résultant de la désintégration des tissus morbides, elle ne contient guère que de l'eau et des sels facilement remplaçables.

On conçoit donc qu'une saignée lymphatique réaliserait pleinement cette *saignée filtrante*, cette saignée sélective qui nous apparaissait impossible par des moyens artificiels.

Voici comment je conçois l'opération: introduire soit dans de gros troncs lymphatiques, tels que ceux du haut de la cuisse, ou peut-être dans la grande veine lymphatique ou le canal thoracique, ou encore dans les sinus périphériques de gros ganglions, une très fine canule qui, prolongée par un mince tube de caoutchouc, établirait une *saignée lymphatique permanente* dont le produit, recueilli dans un vase gradué, serait remplacé journellement par une quantité suffisante de sérum artificiel introduit par injection hypodermique.

Il me paraît peu contestable qu'une pareille saignée serait très peu nocive et travaillerait efficacement à la désintoxication de l'organisme; la grosse incertitude réside dans la difficulté de l'opération et je dois avouer que les

quelques chirurgiens que j'ai consultés ne l'ont pas trouvée aisément réalisable en raison de la finesse des vaisseaux lymphatiques, de la minceur et de la friabilité de leurs parois, du fait qu'ils sont difficiles à voir, sans compter qu'une obstruction assez précoce serait à craindre, en sorte qu'il faudrait peut-être changer de temps à autre le lieu de la saignée; mais combien d'autres choses qui paraissaient irréalisables tant qu'on ne les avait point tentées ont fini par passer même dans la pratique courante. En tout cas il y a moins d'inconvénients à suggérer une idée irréalisable qu'à s'abstenir par la crainte qu'elle soit au-dessus de nos moyens, alors que peut-être elle ne l'était pas (1).

On pensera, non sans raison, qu'au lieu de présenter cette idée sous la forme d'une simple suggestion, il eût été préférable de la soumettre au contrôle de l'expérience et cela eût été, en outre, plus conforme aux traditions de l'Académie. Peut-être les circonstances difficiles que nous traversons paraîtront-elles fournir une excuse à cette dérogation à des habitudes d'ailleurs excellentes.

GÉOLOGIE. — *Essai de coordination chronologique générale des temps quaternaires.* Note (2) de M. **Ch. Depéret.**

Après avoir étudié (*Comptes rendus*, t. 166, 1918, p. 636), le classement du Quaternaire marin des côtes atlantiques africaines et ibériques, je poursuis cette étude sur les côtes atlantiques françaises.

B. *Côtes atlantiques françaises.* — Les côtes françaises, des Pyrénées au Cotentin, sont pauvres en gisements quaternaires coquilliers. La cause en est climatérique: sur ces côtes pluvieuses, la faiblesse de l'évaporation a empêché la cimentation calcaire des dépôts littoraux, à l'inverse des contrées méridionales, et favorisé la dissolution des coquilles par les eaux de circulation.

Je ne connais sur ces côtes que les gisements fossilifères suivants : 1° *Le*

---

(1) Peut-être pouvait-on songer aussi, si les lymphatiques sont inabordables, au liquide céphalo-rachidien auquel on pourrait faire des soustractions quotidiennes raisonnables, ou à de larges vésicatoires superficiels. Mais ce ne sont là que des pis aller.

(2) Séance du 27 mai 1918.

cordon littoral de sables et graviers du Marais poitevin, suivi par Boisselier (*Feuille géologique de Fontenay*) sur 40^{km}, de Villedoux à la Gravelle, près Angle, où Vasseur a recueilli (*Feuille des Sables-d'Olonne*), des espèces actuelles : *Cardium edule, Nassa reticulata, Littorina rudis, Ostrea edulis ;* ce cordon ne dépasse pas 6^m au-dessus du niveau moyen de la mer et répond à une ligne de rivage très basse.

2° Dans ce même Marais poitevin, les buttes de Saint-Michel-en-Lherm, composées d'*Ostrea edulis* entières, parfois couvertes de Balanes, associées à des espèces actuelles de *Pecten*, d'*Anomia* et de *Mytilus*. Leur altitude atteint 12^m. Si, comme l'ont pensé MM. Boisselier, Douvillé (1) et Pervinquière, ces buttes sont d'origine naturelle, elles témoigneraient d'un ancien rivage de 18^m-20^m, en tenant compte de la tranche d'eau superposée; mais d'autres géologues les ont regardées comme de construction artificielle.

3° Le gisement de Quimiac, au nord du Croisic, où M. Chevalier (2) décrit des sables marins avec 17 espèces du littoral actuel. Ils s'élèvent à $3^m,50$ au-dessus des hautes mers (soit 6^m à 7^m au-dessus du niveau moyen), mais le niveau de la ligne de rivage correspondante n'est pas précisé.

4° Le gisement d'Hennebont, sur le Blavet, signalé par M. Barrois (*Feuille de Lorient*). Le général de Lamothe y a observé des *Ostrea edulis* dans des marnes à 5^m-6^m d'altitude, mais des galets roulés se montrent au-dessus jusqu'à environ 15^m-20^m.

5° Le gisement du Mont-Dol, dans la baie du Mont-Saint-Michel, où Sirodot (3) a fait connaître une plate-forme littorale inclinée de sables avec blocs de falaise, contenant *Cardium edule*, des Littorines et des Foraminifères. L'altitude maximum des sables est de 14^m, ce qui répond à une ligne de rivage un peu plus élevée, 17^m à 18^m.

Mais d'autres dépôts, sans être fossilifères, témoignent avec netteté de l'existence d'anciens rivages. Sur les falaises du Croisic, M. Ferronnière (4) a indiqué, à l'altitude de 15^m, une plate-forme littorale couverte de galets,

---

(1) Douvillé, *Les buttes de Saint-Michel-en-Lherm* (*Bull. Soc. géol. France*, 4e série, t. 8, 1908, p. 545).

(2) Chevalier, *Note sur les oscillations du rivage de la Loire-Inférieure* (*Bull. Soc. géol.*, 4e série, t. 9, p. 326).

(3) Sirodot, *De l'âge relatif du gisement quaternaire du Mont-Dol* (*Comptes rendus*, t. 112, 1891, p. 1180).

(4) Ferronnière, *Les terrasses fluviales et les terrasses marines à l'embouchure de la Loire* (*Bull. Soc. Sc. nat. ouest de la France*, t. 3, 1913, p. 169).

au-dessus de laquelle les rochers du sémaphore de la Ru-Men sont creusés de cavités produites par le choc des vagues, à une époque où la mer était à un peu plus de 15^m au-dessus du niveau actuel.

De même au sud de la Loire, à Saint-Brévin, M. Chaput [1], dans son beau Mémoire sur la vallée de la Loire, décrit, sur une falaise de micaschistes, une surface d'abrasion marine couverte de galets de quartz, à l'altitude de 15^m-18^m.

M. Barrois [2] a énuméré en Bretagne une série d'anciennes plages, sous formes de levées de galets, parfois cimentés en conglomérat ferrugineux, s'échelonnant depuis 2^m au-dessus des plus hautes mers (*Feuille géologique de Lannion*), jusqu'à 5^m-6^m (*Feuilles de Quimper et de Dinan*), à 10^m à Quiberon et sur la côte brestoise (*Feuilles de Quiberon et de Brest*), et atteignant 20^m sur la côte de Tréguier (*Feuille de Tréguier*).

Sur d'autres points de la Bretagne, M. de Lamothe a bien voulu m'indiquer des plates-formes d'abrasion, parfois couvertes de sables et de galets roulés, entre 15^m et 20^m d'altitude, notamment à l'est de Lorient près Rusto et Kerviniec, à l'île de Groix (Locmaria) et à Belle-Ile (fortin de Bigueul).

Le même observateur a constaté des replats de même altitude bien plus au Sud, au nord-ouest de la Rochelle, à Rochefort (Soubise, Fouras) et à la pointe de Suzac, à l'embouchure de la Gironde. On doit peut-être y rapporter le dépôt de galets siliceux mentionné par M. Douvillé [3] sur la pointe de Vallières (20^m environ) au sud de Royan, et à l'île d'Oléron.

Il faut enfin mentionner les anciennes lignes de rivage décrites aux îles anglo-normandes [4], à Aurigny par Ansted, et à Guernesey, où Collenette distingue deux lignes de plates-formes littorales couvertes de galets, l'une à 8^m,30 *faisant le tour de l'île*, l'autre entre 17^m et 22^m. Ces faits et d'autres décrits à Jersey attestent une géographie de cet archipel identique à la géographie actuelle.

L'ensemble de ces dépôts nettement marins montre l'existence, sur la

---

(1) Chaput, *Recherches sur les terrasses alluviales de la Loire et de ses principaux affluents* (*Thèse de doctorat*, Lyon, 1917).

(2) Ch. Barrois, *Sur les plages soulevées de la côte occidentale du Finistère* (*Ann. Soc. géol. du Nord*, t. 9, 1883, p. 239).

(3) Douvillé, *Compte rendu sommaire de la Société géologique de France*, 4 février 1918.

(4) Geikie, *The great ice age*, p. 392.

côte atlantique française, d'une et peut-être de deux anciennes lignes de rivage, l'inférieure de 7^{m} à 10^{m} d'altitude, la plus haute ne dépassant pas 20^{m}.

Au-dessus de la ligne de 20^{m}, il n'y a plus sur cette côte de dépôt marin caractérisé par des fossiles. Mais des changements importants du niveau de la mer sont attestés par de nombreux replats faiblement inclinés et souvent couverts de galets roulés, qui s'échelonnent aux altitudes de 30^{m}-35^{m}, de 55^{m}-60^{m} et de 90^{m}-100^{m}.

1° *Niveau de* 30^{m}. — Ce niveau est fréquent dans la Basse-Loire. M. Ferronnière a décrit, entre le lac de Grandlieu et la mer, trois dépressions sablo-caillouteuses qu'il considère comme des chenaux marins séparés par des îles, et M. Chaput signale, entre la Grande-Brière et la mer, un chenal analogue isolant l'île de Guérande. Tous ces chenaux, compris entre 30^{m} et 40^{m}, sont regardés par M. Chaput comme des digitations de la plaine littorale du niveau de 30^{m}, et ces observations s'accordent avec l'indication donnée par M. Barrois d'un ancien estuaire de la Vilaine à l'altitude de 35^{m} (altitude de la plaine correspondante d'après Chaput).

A Belle-Ile s'observent des faits importants : le socle primaire de l'île est arasé suivant une surface subhorizontale couverte de galets de quartz, qui constitue la majeure partie de l'île, entre 57^{m} et 63^{m}, mais au Nord-Ouest existe un plateau étendu à 30^{m}-40^{m}. M. Barrois a interprété ce nivellement de Belle-Ile (*feuille de Quiberon*) comme une surface d'abrasion marine attribuée sans preuve à l'époque pliocène. Après avoir observé moi-même les galets du niveau de 35^{m} au-dessus de la grotte de l'Apothicairerie, j'avais d'abord pensé à une plage quaternaire. Mais l'horizontalité de ces plateaux de cailloutis m'engage plutôt aujourd'hui à les considérer comme des restes de plaines côtières formées à peu près au niveau de la mer, aux altitudes respectives de 30^{m} et de 60^{m}.

M. de Lamothe m'a indiqué en Bretagne une série de plates-formes, souvent avec galets, à l'altitude de 30^{m}-35^{m}, notamment à Lessay, à Ploubalay, à l'île d'Ouessant, à l'île de Groix (Kerlard), à l'est de Lorient (Kervant, Kermorvant), etc.

Enfin le plateau d'alluvions caillouteuses signalé par M. Blayac [1], dans le Médoc, sous le sable des Landes, à l'altitude de 30^{m}-40^{m}, ne peut

---

[1] BLAYAC, *Relations des sables des Landes avec les terrasses de la Garonne* (*Comptes rendus*, t. 157, 1913, p. 1483).

s'expliquer aussi près de la mer que par son raccordement tangentiel à une mer à l'altitude d'environ 30ᵐ.

2° *Niveau de* 55ᵐ-60ᵐ. — A ce niveau appartiennent : le ressaut supérieur de Belle-Ile (Locmaria, 63ᵐ) et les plaines caillouteuses subhorizontales décrites par Chaput dans le pays de Retz et des deux côtés du sillon de Bretagne. M. de Lamothe a noté des plates-formes de cette même altitude à l'ouest de Cherbourg (Querqueville) et autour de Saint-Brieuc, de Brest et de Vannes.

3° *Niveau de* 90ᵐ-100ᵐ. — L'existence d'une ligne de rivage d'environ 100ᵐ est décelée par les vastes surfaces d'aplanissement dont Chaput a montré l'importance sur les deux rives de la Loire, autour d'Ancenis et de Cholet, ainsi que sur le plateau vendéen entre La Roche-sur-Yon et Chantonnay (90ᵐ-105ᵐ). M. de Lamothe m'a indiqué des plates-formes semblables à Brest (99ᵐ-103ᵐ), à Cherbourg (Le Capelain 95ᵐ-110ᵐ) et au nord de Lorient (plateau de Plouay 95ᵐ-100ᵐ).

Si la généralité de ces surfaces d'aplanissement ne permet pas de douter de l'existence des anciennes lignes de rivage de 30ᵐ-35ᵐ, 55ᵐ-60ᵐ et 90ᵐ-100ᵐ, leur interprétation précise peut prêter à deux hypothèses : pour le général de Lamothe, il s'agit de plates-formes littorales sur lesquelles la mer s'est avancée largement sur le continent actuel. Je suis, avec M. Chaput, plus disposé à admettre que la majeure partie de ces surfaces sont d'anciennes *plaines côtières* qui prolongent tangentiellement l'ancien niveau de la mer, en se raccordant peu à peu à des terrasses alluviales. Cette interprétation permet d'expliquer l'absence des coquilles marines dans tous ces dépôts. On pourrait même la compléter en remarquant que le littoral atlantique français est bordé, d'Oléron aux îles anglo-normandes, par une chaîne d'îles séparées de la terre ferme par des bras de mer très peu profonds. J'admets volontiers qu'aux époques antérieures à la ligne de rivage de 18ᵐ-20ᵐ, ces îles étaient réunies au continent en une bande continue, et que le rivage était alors refoulé à l'Ouest, de sorte que les dépôts quaternaires anciens auraient été démantelés par ce recul récent de la côte. Quelle que soit d'ailleurs l'hypothèse adoptée, la conclusion reste la même : la mer quaternaire a occupé successivement les lignes de rivage de 90ᵐ-100ᵐ, de 55ᵐ-60ᵐ, de 30ᵐ-35ᵐ et enfin de 18ᵐ-20ᵐ au-dessus du rivage actuel.

Coordination. — La côte atlantique française montre des traces d'anciens

rivages caractérisés par des coquilles à des niveaux assez bas : le premier à 7^m-10^m, le second à 18^m-20^m au-dessus du niveau moyen actuel. Il paraîtra naturel de rattacher le niveau de 20^m à l'étage *monastirien*. A ce moment, la géographie de nos côtes était presque identique à la géographie actuelle.

Des indications certaines d'anciens niveaux de la mer plus élevés sont fournies par des surfaces d'aplanissement subhorizontales, souvent couvertes de sables et de galets, qui s'observent sur tout le parcours de ces côtes, et qu'on peut interpréter soit comme des plates-formes littorales, soit plutôt comme d'anciennes plaines côtières à peu près au niveau de la mer. Elles dénotent l'existence de trois anciennes lignes de rivage à 30^m-35^m, 55^m-60^m, 90^m-100^m qui coïncident exactement avec les lignes de rivage *tyrrhénienne*, *milazzienne* et *sicilienne*.

PALÉONTOLOGIE. — *Les Lézards Hélodermatides de l'Éocène supérieur de la France.* Note [1] de M. G.-A. BOULENGER.

Dans une Note précédente [2], j'ai mentionné la présence de Lézards de la famille des Hélodermatides dans l'Éocène supérieure de l'Europe, et il convient de fournir quelques explications à ce sujet, encore fort embrouillé, qui concerne la Paléontologie française en particulier.

La famille en question ne comprend que deux genres dans la nature actuelle : *Heloderma* Wiegmann, le fameux lézard venimeux, représenté par une espèce du Mexique et une autre de l'Arizona, du Nouveau-Mexique et du Sonora, et *Lanthanotus* Steindachner, dont l'espèce unique est de Bornéo [3].

Parmi les Lacertiliens pleurodontes, trois familles se rapprochent par le mode de remplacement dentaire, qui s'opère, comme chez les Ophidiens, à la base des dents en fonction sans les entamer et sans leur correspondre avec cette régularité parfaite propre aux autres Pleurodontes, où nous voyons la base de chaque dent se creuser ou présenter une fossette pour abriter celle qui doit lui succéder et qui se développe, ainsi enchâssée, dans la position qu'elle conservera par la suite. Ces trois familles, qui

(1) Séance du 6 mai 1918.
(2) *Comptes rendus*, t. 166, 1918, p. 595.
(3) Voir BOULENGER, *Proc. Zool. Soc. Lond.*, 1899, p. 596.

s'accordent encore dans plusieurs autres caractères importants, sont les Anguides, les Hélodermatides et les Varanides.

La première, la plus généralisée, se distingue surtout par la présence simultanée des arcades osseuses sur-temporale (postfronto-squamosale) et postorbitaire (postfronto-jugale), propres à la plupart des Lacertiliens, tandis que le squamosal est rudimentaire (situé entre le surtemporal et le quadratum) chez la seconde et que le jugal n'est relié au postfrontal que par un ligament chez la troisième. La première diffère encore par la présence de grandes plaques symétriques osseuses sur le crâne, auquel, comme les tubercules de l'Héloderme, elles sont moins intimement unies que chez les Lacertides.

A l'époque où l'on n'en connaissait que les caractères externes, on a rapproché l'Héloderme des Varans, et cette idée a été reprise depuis par Baur (1). Pour ma part j'ai toujours insisté sur l'affinité beaucoup plus grande qui le rattache aux Anguides (2) et sur ce point je me suis rencontré avec la plupart des paléontologistes modernes, puisque ceux-ci ont placé dans cette famille les fossiles décrits sous les noms de *Placosaurus* et de *Palæovaranus*, qui font le sujet de la présente Note.

C'est à Gervais que nous devons les premiers documents sur ces Lézards : *Placosaurus rugosus* (3), de l'Éocène supérieur de Sainte-Aldegonde près d'Apt, et *Varanus* (?) *margariticeps* (4), de l'Éocène supérieur également, mais des phosphorites du Quercy, entre Villefranche et Montauban ; documents restreints à des fragments de crânes couverts de tubercules osseux. Filhol ayant découvert plus tard (5), dans ces mêmes phosphorites, une mâchoire inférieure incomplète, dont les dents ressemblent à celles des Varans, en fit le type du *Palæovaranus Cayluxi*, tout en exprimant l'opinion que cette pièce, ainsi que d'autres os décrits en même temps, pourrait bien avoir appartenu au *Varanus margariticeps* de Gervais.

La question a été reprise depuis par Lydekker (6), à l'occasion de l'étude d'ossements provenant de l'Éocène supérieur de Hordwell, en

---

(1) *Science* (New-York), t. 16, 1890, p. 262, et *Journ. of Morphol.*, t. 7, 1892, p. 1.

(2) Voir *Proc. Zool. Soc. Lond.*, 1891, p. 116.

(3) *Zoologie et Paléontologie françaises*, t. 2, 1852, p. 260, pl. 64, fig. 2 ; 2e édition, 1859, p. 457 ; *Journ. de Zool.*, t. 2, 1873, p. 457, pl. 12, fig. 9.

(4) *Zoologie et Paléontologie générales*, 2e série, 1876, p. 60.

(5) *Ann. Sc. Géol.*, t. 8, 1877, p. 268.

(6) *Geol. Mag.*, dec. 3, t. 5, 1888, p. 110.

Angleterre, associés à des vertèbres rapportées à l'Iguanide décrit par Filhol des phosphorites du Quercy (*Proiguana europæa*). La concordance de certaines vertèbres provenant du Quercy et de Hordwell et leur comparaison avec celles des Anguides vivants (*Diploglossus*, *Ophisaurus*) le conduisirent à les attribuer au genre *Placosaurus*, qu'il pensait être un Anguide, à cause des plaques ostéodermiques, et dans lequel il faisait rentrer le *Varanus margariticeps;* tout en considérant, d'accord avec Filhol, la mâchoire inférieure type du *Palæovaranus Cayluxi* comme d'un Varan, il rapportait le fémur décrit par cet auteur sous le même nom au *Placosaurus margariticeps* Gervais, dont le *Plestiodon cadurcensis* Filhol représenterait la mâchoire inférieure.

Les vues de Lydekker étaient en somme un petit progrès sur celles de ses devanciers, mais pour tomber juste il aurait fallu comparer ces vertèbres et ce fémur à ceux de l'Héloderme, dont ils se rapprochent tout autant que des Diploglosses, et être mieux renseigné sur la diversité des dents selon les genres et les espèces parmi les Anguides vivants. Dans le courant de la même année ([1]), le paléontologiste anglais modifiait un peu sa manière de voir, attribuait la mâchoire à dents coniques et acérées de *Palæovaranus* à *Placosaurus*, qui comprendrait peut-être deux espèces (*P. rugosus* Gerv. et *P. margariticeps* Gerv. = *Cayluxi* Filhol), et reléguait le *Plestiodon cadurcensis* Filhol dans un genre indéterminé, mais rapporté à la même famille.

Enfin Filhol ([2]) a encore décrit comme d'un Tatou, *Necrodasypus Galliæ*, un fragment de bouclier composé de tubercules juxtaposés, polygones et semés de granulations, qui a donné lieu à beaucoup de discussions ([3]). Il est surprenant que, dans sa description, Filhol n'ait fait allusion ni à *Placosaurus* ni à *Heloderma*, quoiqu'il dise s'être « occupé en premier lieu de savoir s'il n'existait pas de Reptiles dont le crâne ou une partie du corps fussent protégés par de semblables plaques » ([4]). Il est certain cependant que les plaques osseuses de *Necrodasypus* présentent une ressemblance frappante à celles du *Placosaurus* et surtout à celles recouvrant un crâne complet mentionné par M. Leenhardt ([5]), qui a eu la gracieuseté de m'en

---

([1]) *Cat. Foss. Rept. Brit. Mus.*, t. 1, 1888, p. 278.

([2]) *Ann. Sc. nat.*, t. 16, 1894, p. 136.

([3]) Ameghino, *Ann. Mus. Buenos-Ayres*, 3e série, t. 6, 1905, p. 194, et t. 10, 1909, p. 93.

([4]) Plus tard cependant, L. Vaillant ayant examiné ce fossile « ne doute pas que ce soit un Lacertien, voisin de l'Héloderme », et M. Boule l'a rapporté au *Placosaurus* de Gervais (Gaudry, *Ann. de Paléont.*, t. 1, 1906, p. 111).

([5]) *Bull. Soc. Géol. France*, 4e série, t. 6, 1906, p. 176.

communiquer des photographies, accompagnées de quelques renseignements dont je le remercie vivement.

L'examen de ces photographies a été pour moi d'un grand intérêt. Ce crâne, de forme et de dimensions pareilles à celui de *Heloderma horridum* (76^{mm} de longueur et 60^{mm} de largeur), semble assez complet pour qu'on puisse enfin constater le caractère essentiel qui confirme les conclusions tirées des tubercules qui le recouvrent. La région temporale droite est exposée et fournit la preuve de l'absence de l'arcade postfronto-squamosale, car un crâne d'Anguide vu dans la même position montrerait celle-ci; M. Leenhardt me signale d'ailleurs un os terminé en languette qui correspond parfaitement au surtemporal de *Heloderma* et il a pu s'assurer de l'absence d'un squamosal bien développé. Les gros tubercules osseux s'accordent assez bien avec la figure du *Placosaurus rugosus* dans l'Ouvrage de Gervais et mieux encore avec celle donnée par De Stefano ([1]). La mâchoire inférieure, à laquelle M. Leenhardt a déjà fait allusion, fournit un renseignement précieux : elle nous montre les dents du côté interne et du côté externe et vient confirmer la première suggestion de Lydekker, car la dentition se rapproche de celle du *Plestiodon cadurcensis*. Il y a une vingtaine de dents à chaque dentaire; les antérieures sont petites, à pointe aiguë, les suivantes croissent en hauteur et en largeur, en même temps que leur couronne s'émousse, puis se modifient assez brusquement, les cinq dernières étant fortes, à couronne arrondie, très semblables à celles de *Diploglossus occiduus* ou de *Ophisaurus apus*. On peut dire de cette dentition qu'elle est intermédiaire entre celles de *Varanus margariticeps* et de *Plestiodon cadurcensis*, quoique plus rapprochée de celle-ci.

Si cette diversité de dentitions, entre espèces d'un même genre, n'est pas de nature à surprendre ceux qui se sont livrés à l'étude des Reptiles vivants, puisqu'elle ne dépasse pas la mesure de ce que nous connaissons chez les Anguides ([2]) et chez les Varans ([3]), elle indique toutefois plusieurs

---

([1]) *Ann. Soc. ital. Sc. nat.*, t. 42, 1904, pl. 10, fig. 2.

([2]) *Ophisaurus apus* Pall. a les dents latérales à couronnes arrondies, *O. ventralis* L. les a coniques, tandis que *O. Harti* Blgr. ressemble à *Anguis* par ses dents acérées, courbées, à faible rainure antérieure, indication du sillon qui caractérise *Heloderma* (voir *Proc. Zool. Soc. Lond.*, 1899, p. 161, fig. 1).

([3]) Dents latérales à couronne arrondie chez *Varanus niloticus* L., obtuse, subconique chez *V. albigularis* Daud. et *flavescens* Gray, comprimée et à pointe aiguë chez les autres espèces, qui ressemblent sous ce rapport à *Placosaurus margariticeps*.

espèces de *Placosaurus*, qu'il serait prématuré de vouloir débrouiller tant qu'on n'aura trouvé, pour chacune d'elles, le bouclier cranien associé aux mâchoires.

MM. W. Kilian et J. Révil font hommage à l'Académie, par l'organe de M. P. Termier, d'un fascicule de leur *Description des terrains qui prennent part à la constitution géologique des zones intra-alpines françaises.*

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

M. Jean Rey adresse un Mémoire sur la recherche des avions.

(Renvoi à la Commission de Mécanique.)

CORRESPONDANCE.

M. Albert Brachet, élu correspondant pour la section d'Anatomie et Zoologie, adresse des remercîments à l'Académie.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une équation aux dérivées partielles, non linéaire, du second ordre, se rattachant à la théorie des fonctions hyperfuchsiennes.* Note de M. Georges Giraud.

1. Considérons un des groupes automorphes G, nommés *hyperfuchsiens* par M. Picard, et qui transforment en elle-même l'hypersphère

$$XX_0 + YY_0 = 1; \tag{1}$$

dans cette équation, et dans toute la suite de cette Note, l'indice zéro sert à distinguer les imaginaires conjuguées. Nous supposons que ce groupe soit un de ceux que nous avons déjà considérés [1], et qui sont tels que toutes

---

(1) *Comptes rendus*, t. 164, 1917, p. 386 et 487.

les fonctions hyperfuchsiennes correspondantes s'expriment en fonctions rationnelles de trois d'entre elles, ξ, η, ζ, liées elles-mêmes par une relation algébrique

$$f(\xi, \eta, \zeta) = 0. \tag{2}$$

Considérons la fonction

$$u = \log\left[144\left|\frac{\partial(X, Y)}{\partial(\xi, \eta)}\right|^2 (1 - XX_0 - YY_0)^{-3}\right],$$

regardée comme fonction de ξ et de η. *Elle satisfait à l'équation*

$$\frac{\partial\left(\frac{\partial u}{\partial \xi}, \frac{\partial u}{\partial \eta}\right)}{\partial(\xi_0, \eta_0)} = \frac{e^u}{16},$$

ou, en posant

$$\xi = x + iy, \qquad \eta = z + it,$$

x, y, z, t étant réels, *à l'équation*

$$\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)\left(\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\right) - \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x\,\partial z} + \frac{\partial^2 u}{\partial y\,\partial t}\right)^2 - \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x\,\partial t} - \frac{\partial^2 u}{\partial y\,\partial z}\right)^2 = e^u, \tag{3}$$

et en outre aux inégalités

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} > 0, \qquad \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} > 0, \tag{4}$$

dont l'une entraîne l'autre. De plus, u est uniforme sur la surface (2).

2. Cherchons les singularités de la fonction u. En dehors des points de $f'_\zeta = 0$ et des points à l'infini, cette fonction est encore singulière pour les courbes de l'espace (ξ, η) qui correspondent aux points et aux plans doubles des substitutions elliptiques de G. Soit

$$\varphi(\xi, \eta) = 0, \qquad \zeta = \psi(\xi, \eta), \tag{5}$$

une de ces courbes, φ étant un polynome indécomposable, et ψ une fonction rationnelle : il existe un nombre β, supérieur à -2, tel que $u - \beta \log|\varphi(\xi, \eta)|$ reste fini au voisinage de la courbe.

Si (5) est la courbe, de genre *un* au maximum, qui correspond à un point

double de substitution parabolique,

$$u + 2 \log|\varphi(\xi, \eta)| + 3 \log \log \frac{1}{|\varphi(\xi, \eta)|}$$

reste fini au voisinage de la courbe.

3. Inversement, on peut se donner la surface (2) et les courbes singulières (5), avec les coefficients β correspondants s'il y a lieu, et chercher une fonction u, uniforme sur (2), satisfaisant aux conditions (3) et (4), et présentant les singularités données. C'est là un problème rappelant beaucoup celui que M. Picard a résolu pour l'équation

$$(6) \qquad \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = e^u \quad (^1).$$

On peut espérer que la solution de ce problème, dont l'énoncé a d'ailleurs besoin d'être précisé sur certains points (notamment parce que les coefficients β ne suffisent pas toujours à caractériser les singularités), serait, comme celui qui concerne l'équation (6) pour les équations différentielles, un premier pas vers l'intégration des équations linéaires simultanées aux dérivées partielles dont l'intégrale dépend seulement de constantes arbitraires.

L'équation (3) a d'ailleurs un certain nombre de propriétés qui la rapprochent de l'équation (6). C'est ainsi que le problème de Dirichlet généralisé pour l'équation (3) et les inégalités (4) admet au plus une solution. C'est ainsi encore que, si l'on sait résoudre ce problème de Dirichlet pour deux contours se coupant sous un angle non nul, on saura le résoudre pour le contour formé de leurs parties extérieures, au moyen d'une généralisation immédiate de la méthode du balancement de Schwarz. Cependant quelques difficultés subsistent encore pour la solution du problème posé plus haut.

---

(1) Voir en particulier *Bulletin des Sciences mathématiques*, 2e série, t. 24.

GÉOMÉTRIE. — *Sur les volumes engendrés par la rotation d'un contour sphérique.* Note de M. **A. Buhl**, présentée par M. G. Kœnigs.

On sait que la question des volumes engendrés par le mouvement d'un contour formé quelconque a été traitée d'une manière absolument générale, par M. G. Kœnigs, dans un Mémoire publié au *Journal de Mathématiques*, en 1889. Il peut rester cependant à obtenir des résultats particulièrement intéressants pour le cas où le contour Σ est tracé sur une surface donnée S particulièrement simple ou remarquable.

Quant aux volumes tournants, j'ai déjà pu passer du cas où S est un plan au cas où S est une quadrique ([1]), et il est probable que des résultats de même nature subsistent pour le cas où S serait une cyclide.

Je tiens à signaler, pour l'instant, un théorème d'une simplicité inattendue pour le cas où S est une sphère; il provient d'une combinaison de la méthode de M. G. Kœnigs avec des résultats relatifs aux aires sphériques donnés également par M. G. Humbert dans le *Journal de Mathématiques*, en 1888. Ainsi se trouve établi un lien entre des travaux dus à ces deux éminents géomètres et publiés sensiblement à la mêmeépoque.

Soit une sphère S, de rayon R et de centre O, portant un contour fermé Σ que l'on peut en détacher de manière à le faire tourner, dans l'espace, autour d'un axe quelconque AB passant par $A(a, b, c)$ avec les cosinus directeurs λ, μ, ν, axe dont la distance à O sera ρ.

Considérant un élément de la cloison en mouvement, on exprime aisément un volume annulaire élémentaire qui, intégré pour toute la cloison et transformé par la formule de Stokes, donne définitivement pour le volume tournant total

$$V = \pi R^2 \int_\Sigma \frac{1}{x^2+y^2+z^2} \begin{vmatrix} dx & dy & dz \\ a' & b' & c' \\ x & y & z \end{vmatrix} \tag{1}$$

en posant

$$a' = \nu b - \mu c, \qquad b' = \lambda c - \nu a, \qquad c' = \mu a - \lambda b.$$

([1]) *Bulletin des Sciences mathématiques*, 1915-1916.

Le point $D(a', b', c')$ est l'extrémité d'un segment OD égal à ρ et perpendiculaire au plan OAB.

Soit maintenant, sur OD, un point D_1 centre d'une sphère S_1 de rayon R_1 et $OD_1 = \rho_1$. Le cône de sommet O et de directrice Σ découpe sur S_1 deux aires dont la différence est

$$(2) \qquad \sigma_2 - \sigma_1 = 2R_1 \frac{\rho_1}{\rho} \int_\Sigma \frac{1}{x^2+y^2+z^2} \begin{vmatrix} dx & dy & dz \\ a' & b' & c' \\ x & y & z \end{vmatrix},$$

le contour Σ, tracé sur S, jouant le rôle d'une directrice quelconque du cône et n'ayant nullement besoin d'être tracé sur S_1. C'est cette formule (2) qui est due à M. G. Humbert.

La comparaison de (1) et (2) donne l'égalité

$$(3) \qquad 2R_1\rho_1 V = \pi R^2 \rho(\sigma_2 - \sigma_1)$$

qui constitue la forme générale du théorème en vue.

On peut lui donner des formes particulières diverses et d'une réalisation géométrique plus immédiate. Ainsi, pour $2\rho_1 = 2R_1 = R$, on a $\sigma_1 = 0$ et

$$(4) \qquad V = 2\pi\rho\sigma_2.$$

On a ainsi un théorème presque aussi simple et tout aussi géométrique que le théorème de Guldin ordinaire; de plus, on pourrait l'établir directement par de faciles comparaisons infinitésimales.

L'égalité (4) montre que le volume tournant V est le produit de deux facteurs qui sont : 1° le chemin $2\pi\rho$ décrit par le centre O de la sphère mobile; 2° l'aire sphérique σ_2 obtenue en projetant, coniquement, vers O, la cloison contenue dans Σ sur une sphère associée à la sphère mobile et ayant pour diamètre un rayon de celle-ci normal au plan contenant O et l'axe de rotation.

Cette interprétation pourrait être remplacée par plusieurs autres à peu près aussi simples, et déduites aussi aisément de l'égalité (3) dont un cas particulier a déjà été donné dans les *Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse*, 1914.

ASTRONOMIE. — *Sur les grandes vitesses dans les Novæ et la Cosmogonie tourbillonnaire.* Note de M. **Émile Belot**, présentée par M. Bigourdan.

Plusieurs astronomes et tout d'abord Henri Poincaré (*Hypothèses cosmogoniques*, p. 273) ont considéré comme « un peu arbitraire » la valeur (75 000 km : sec) que le calcul m'a donnée pour la vitesse dans le choc initial de la Nova solaire. Il importe de montrer que l'incertitude pouvant exister sur cette vitesse n'affecte en rien les résultats obtenus par la Cosmogonie tourbillonnaire, parce qu'ils dépendent non de *vitesses absolues*, mais de *vitesses relatives*; et que d'autre part une grande vitesse de l'ordre indiqué plus haut aurait pu exister dans les Novæ observées sans avoir pu être mesurée.

Soient W la vitesse initiale du tourbillon dirigé vers l'apex et heurtant la nébuleuse solaire; λ la longueur d'onde, intervalle de deux ventres de vibration consécutifs du tourbillon; V_0 la vitesse de translation du tourbillon arrivé à l'écliptique primitive. En admettant une résistance dans la nébuleuse proportionnelle à sa densité $\frac{1}{K}$ et au carré de la vitesse V, le chemin parcouru Z dans la direction de l'apex sera

(1) $$Z = KL\,\frac{W}{V}, \qquad (\lambda = KLC = 6,228); \qquad (1')$$

on a pour le temps t, depuis le choc initial jusqu'à l'instant où la vitesse W est réduite à V,

(2) $$t = K\left(\frac{1}{V} - \frac{1}{W}\right).$$

La vitesse W est liée à V_0 par l'équation

(3) $$W = V_0 e^{13\frac{\lambda}{K}},$$

car il y a 13 nappes planétaires ou 13λ entre le point de choc initial et l'écliptique primitive d'après la loi des distances planétaires

(4) $$R_n = a + C^n = 0,28 + 1,883^n.$$

L'équation (3) donne bien $W = 74830^{km}$ *si l'on remplace* V_0 *par* 20^{km},

vitesse actuelle de translation du système solaire. Mais les formules (1) et (3) ne renferment que *les rapports de la vitesse* W *à* V *et* V_0; et cette vitesse W ne figure ni dans la loi des distances, ni dans la loi des rotations planétaires, ni dans celle des inclinaisons d'axe qui sert à déterminer $K = 9,8407$; elle n'intervient ni dans leur recherche empirique ni dans leur démonstration. C'est donc à tort qu'on a pu croire que la valeur numérique $W = 75000^{km}$ était une condition nécessaire de la Cosmogonie tourbillonnaire. S'il est naturel de supposer que la vitesse V_0 actuelle ($V_0 = 20^{km}$) est le résidu de la vitesse du tourbillon après amortissement dans la nébuleuse solaire, on peut admettre aussi que la vitesse actuelle V_0 est pour une part le résultat ultérieur de l'attraction de tout le système stellaire de la Voie lactée. Des recherches récentes ont d'ailleurs montré que les vitesses moyennes des étoiles semblent être en relation avec leur âge et leur type spectral. Dès lors on pourrait aussi bien supposer dans la formule (3) $V_0 = 1^{km}$ que $V_0 = 20^{km}$, ce qui donnerait $W = 3740^{km}$, valeur assez rapprochée des vitesses constatées (environ 2000^{km}) dans la Nova de Persée 1901. L'hypothèse $V_0 = 1^{km}$ ne changerait rien aux formules capitales de la Cosmogonie tourbillonnaire ni aux valeurs numériques de a, c, λ, K.

Mais, si en théorie rien ne s'oppose à l'admission d'une vitesse W assez modérée, il n'en est pas de même au point de vue physique : il faut que la vitesse W soit assez grande pour donner lieu à un choc sur une masse nébuleuse et pour permettre de négliger l'attraction jusqu'à ce que V soit de l'ordre des vitesses planétaires dans le système solaire.

Examinons ces divers points. Le volume de la nébuleuse solaire était beaucoup moindre qu'on ne l'imagine souvent en l'étendant jusqu'à la moitié de la distance des étoiles voisines. En effet, entre le point de choc du tourbillon et la zone de maximum de densité de la nébuleuse où s'est formée l'écliptique primitive, il y avait une distance $13\lambda = 81$ U. A., ce qui donne une épaisseur probable dans la direction de l'apex de 162 U. A. Et cette détermination est indépendante de W comme on le voit par (1'). On peut calculer le volume U de la nébuleuse qui a produit par condensation toutes les planètes directes : c'est le volume compris entre le tourbillon, l'écliptique et la surface dont la méridienne est

$$R = a + \varepsilon e^{\frac{z}{K}} \qquad \left(\varepsilon = \frac{1}{215}\,\text{U. A.} = \text{rayon du soleil}\right),$$

$$U = \int_0^{81} \pi(R^2 - a^2)\,dz = 4999.$$

Le Soleil ayant une masse 800 fois plus grande que celle des planètes directes a dû résulter de la condensation d'un volume 800 U de la nébuleuse, si celle-ci avait la même densité moyenne que dans la région où se sont formées ces planètes. Admettons pour la nébuleuse une forme ellipsoïdale de révolution : elle aurait pour rayon équatorial 109 U. A. et pour petit axe 81 U. A. Ces dimensions relativement faibles assurent à la nébuleuse une densité assez forte pour qu'un choc résulte de sa rencontre avec une masse cosmique animée d'une vitesse notablement inférieure à 75000^{km}.

Expliquons maintenant comment une vitesse de l'ordre de 75000^{km} aurait pu exister à l'origine des Novæ observées sans avoir pu jusqu'ici être mesurée. De (1) et (1)' on conclut qu'en progressant de λ dans la nébuleuse la vitesse V se réduit dans le rapport $C = 1,883$ à 1. Dès lors par (2) on peut calculer avec quelle rapidité la vitesse initiale tombe aux vitesses réellement mesurées dans les Novæ :

	Parcours								
	0.	λ.	2λ.	3λ.	4λ.	5λ.	6λ.	...	13λ.
Nappes.	Choc initial.	♄.	♃.	Petites planètes.	♂.	♁.	♀.	...	Ecliptique.
V....	75	39,9	21,1	11,2	5,9	3,1	1,7	...	0,020
t.....	0	$0^j,42$	$0^j,81$	$1^j,52$	$2^j,87$	$5^j,43$	$10^j,17$	...	$2^{ans},3$

Observations. — V en milliers de kilomètres depuis le choc.

En raison de la soudaineté de l'apparition des Novæ et des intempéries, il se passe plusieurs jours avant que des photographies de leur spectre permettent la mesure des vitesses radiales. En outre, l'obliquité de l'axe du tourbillon sur le rayon visuel peut diminuer beaucoup les vitesses radiales mesurées. Enfin, on a le droit de supposer que l'évolution des nébuleuses comme celle des soleils augmente leur densité : K pour les Novæ actuelles doit donc être plus faible que la valeur trouvée pour la nébuleuse solaire originelle ; et dans ce cas l'amortissement augmente et t diminue avec K d'après (1).

Pour toutes ces raisons, le fait qu'on n'a jamais observé dans les Novæ de vitesses de plus de 2000^{km} ne peut être objecté à la théorie tourbillonnaire : on voit aussi tout l'intérêt qu'il y aurait à photographier leurs spectres dès les premières heures de leur apparition.

En résumé, en admettant la valeur $W = 75000^{km}$, la Cosmogonie tourbillonnaire a l'avantage de mieux justifier l'effet de choc sur une nébuleuse et l'élimination initiale dans la théorie de toute action imputable à la gravitation.

ASTRONOMIE. — *Contraction des étoiles et équilibre des nébuleuses.* Note [1] de M. A. VÉRONNET, présentée par M. P. Puiseux.

Le principe de l'équivalence de la chaleur et du travail, appliqué à un astre qui rayonne, se refroidit et se contracte, ou inversement, donne l'équation fondamentale

$$dQ + dU = dW, \tag{1}$$

qui relie la chaleur rayonnée, $dQ = Q' dt$, par la surface ou une couche intérieure quelconque, à la variation d'énergie interne dU et au travail de contraction dW, de la masse intérieure à cette couche. On a avec les notations usuelles

$$U = McET, \tag{2}$$

$$W = \alpha f \frac{M^2}{r}. \tag{3}$$

En dérivant par rapport aux seules variables T et r, température et rayon, l'équation fondamentale (1) devient alors

$$U \frac{dT}{T} + W \frac{dr}{r} + Q' dt = 0. \tag{4}$$

1. Dans l'hypothèse d'Helmholtz, pour expliquer la conservation du rayonnement du Soleil, on suppose qu'il se comporte comme un *liquide* ordinaire, c'est-à-dire qu'il se contracte en se refroidissant, ce qui est vrai encore dans le cas d'un gaz réel, pour tous les astres *condensés en étoiles* [2].

En désignant par λ le coefficient de dilatation linéaire supposé constant on a

$$1 + \lambda T = (1 + \lambda) r, \qquad \frac{dr}{r} = \frac{\lambda T}{1 + \lambda T} \frac{dT}{T} = k \frac{dT}{T}. \tag{5}$$

Pour T variant de 0 à l'infini le coefficient k varie de 0 à 1. Il doit être voisin de 0,5 pour les conditions réalisées par le Soleil. Si l'on considérait comme constante la dilatation cubique, ou une dilatation quelconque, le

---

(1) Séance du 21 mai 1918.

(2) *Comptes rendus*, t. 165, 1917, p. 1035.

coefficient k resterait toujours étroitement limité. On voit que T peut représenter également une température moyenne à l'intérieur d'une couche quelconque. L'équation (4) donne alors en tenant compte de (5)

$$(6) \qquad \frac{1}{T}\frac{dT}{dt} = \frac{-Q'}{U+kW}, \qquad \frac{1}{r}\frac{dr}{dt} = \frac{-kQ'}{U+kW}.$$

On voit que dT et dr sont négatifs. Il y a refroidissement et contraction. Le temps employé pour un refroidissement élémentaire de 1°, par exemple, devient

$$(7) \qquad T\frac{dt}{dT} = \frac{U+kW}{-Q'} = -\frac{U}{Q'}\left(1+k\frac{W}{U}\right).$$

Il serait égal à $U:Q'$ si la régénération par contraction n'existait pas. Il est augmenté par la contraction de la quantité K

$$(8) \qquad K = k\frac{W}{U} = \frac{\alpha k}{cE} f \frac{M}{rT} = \frac{\alpha k}{c}\frac{Gr}{ET}.$$

$E = 4,16 \times 10^7$, G est la valeur de la pesanteur à la surface de l'astre. Les coefficients α, k, c sont de l'ordre de l'unité. Pour le Soleil avec $T = 6000°$, $G = 28 \times 981$ et $r = 7 \times 10^{10}$ cm, on obtient $K = 7700$. La contraction augmente le temps du refroidissement d'une quantité qui est de l'ordre de 1000 à 10000, dans les conditions actuelles. Le refroidissement, au lieu d'exiger des milliers d'années, en exige des millions.

Pour Jupiter, G et r sont 10 fois plus petits que pour le Soleil, K est encore de l'ordre des centaines. Pour la Terre il est de l'ordre des unités, et comme l'intérieur de la planète est liquide et non gazeux, il n'y a pas eu brassage des éléments. Le refroidissement est resté snperficiel et le travail dû à la contraction est resté négligeable.

2. Pour une *masse gazeuse*, qui suit la loi des gaz réels, on a obtenu dans le cas d'une contraction ou d'une dilatation uniforme [1]

$$(9) \qquad \frac{dT}{T} = \frac{4\rho-\rho_0}{\rho_0-\rho}\frac{dr}{r} = \frac{1}{k}\frac{dr}{r},$$

ρ_0 étant la densité limite du gaz, ρ sa densité sur la couche de rayon r et T la

---

[1] *Comptes rendus*, t. 166, 1918, p. 286. On aurait des résultats analogues avec une contraction un peu différente.

température, que l'on peut considérer d'abord comme uniforme. Cette expression (9) portée dans (4) donne la même expression (6), mais k aura la valeur définie par (9), c'est-à-dire que pour ρ très faible et négligeable devant ρ_0, on aura d'abord $k = -1$. Puis la densité augmentant, la valeur de k passe par $-\infty$ pour $\rho = \frac{1}{4}\rho_0$, devient positive, diminue et est donnée par l'expression (5′) quand ρ tend vers ρ_0 pour les astres fortement condensés.

Pour un astre diffus, on aura donc $k = -1$ (gaz parfait), d'où

$$(10) \qquad \frac{dT}{T} = -\frac{dr}{r} \quad \text{et} \quad \frac{1}{T}\frac{dT}{dt} = \frac{-Q'}{U - W}.$$

Si $W > U$, on a $dT > 0$ et $dr < 0$. Il y a réchauffement et contraction. La température de chaque couche augmente et le rayon diminue. La densité augmente donc jusqu'à $\rho = \frac{1}{4}\rho_0$. Alors $k = -\infty$, on a $dT = 0$ d'après (6). Puis dT devient négatif et dr a le même signe d'après (9). Il y a, à partir de ce moment-là, refroidissement et contraction pour toutes les couches intérieures. La température a passé par un maximum pour $\rho = \frac{1}{4}\rho_0$.

3. Si au contraire on a à un certain moment $W < U$, on a aussi $dT < 0$ et $dr > 0$. Il y a refroidissement et dilatation. Alors ρ diminue et ne tend pas vers $\frac{1}{4}\rho_0$. La formule (10′) reste applicable. Or on a

$$(11) \qquad U - W = McET - \alpha f \frac{M^2}{r} = MET\left(c - \frac{\alpha f M}{ETr}\right) = Mc'ET,$$

c' étant une nouvelle constante, car Tr est constant (gaz parfait). Tout se passe comme si la capacité calorifique, ou la quantité de chaleur possédée par la masse avait diminué dans le rapport $c' : c$.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur l'α-oxycinchonine.* Note de M. E. **Léger**, présentée par M. Charles Moureu.

En chauffant, à reflux, pendant 48 heures, une solution de sulfate basique de cinchonine dans quatre fois son poids d'un mélange à poids égaux d'eau et de SO^4H^2, Jungfleisch et moi [1] avons obtenu, en même temps que plusieurs isomères de la cinchonine, deux bases que nous avons considérées

[1] *Comptes rendus*, t. 105, 1887, p. 1255; t. 106, 1888, p. 68; t. 108, 1889, p. 952.

comme des produits d'oxydation de cet alcaloïde. A ces deux bases, qui ont même composition, nous avons donné les noms d'α et de β-oxycinchonine.

A l'époque à laquelle remonte notre travail (1887) l'étude de la constitution de la cinchonine était à peine ébauchée, tandis qu'aujourd'hui cette constitution est établie avec une quasi certitude. Nous pensions que l'OH de la cinchonine était de nature phénolique et que l'oxygène des oxycinchonines devait faire partie d'un second OH également phénolique, introduit dans la molécule par le moyen d'un dérivé sulfoné formé transitoirement.

Mon étude récente concernant l'action de HBr sur la cinchonine [1] m'a fait songer à soumettre les oxycinchonines α et β à l'action du même réactif. Je pensais que si l'opinion émise par Jungfleisch et moi était exacte, je devais obtenir des bases hydrobromées différentes de l'hydrobromocinchonine, renfermant notamment un oxygène en plus que cette dernière. J'ai songé également à soumettre les oxycinchonines à l'action de SO^4H^2 étendu de son poids d'eau, selon la méthode employée autrefois par Jungfleisch et moi (*loc. cit.*). J'espérais obtenir ainsi de nouvelles oxycinchonines. La première partie de ces études a porté sur l'α-oxycinchonine.

L'étude de l'action de HBr sur l'α-oxycinchonine m'a montré que ce composé se comporte comme la cinchonine et ses isomères; il y a production d'hydrobromocinchonine. D'autre part, il n'y a pas isomérisation de l'α-oxycinchonine; les bases qui accompagnent l'hydrobromocinchonine sont des isomères de la cinchonine et ces isomères sont les mêmes que ceux qui se forment dans l'action de HBr sur cette dernière base.

L'acide SO^4H^2 agit sur l'α-oxycinchonine comme sur la cinchonine en donnant les mêmes isomères.

A quel endroit de la molécule se fixe l'atome d'oxygène surajouté à la cinchonine? Pour répondre à cette question, considérons la formule de constitution de la cinchonine (formule I) :

CH
$CH^2 = CH - HC$ CH^2 CH^2 CH^2 H^2C $CH - CH$ N
N OH
I.

CH^2 | CHOH
II.

CH || CH
III.

(1) *Comptes rendus*, t. 166, 1918, p. 76.

Cet atome d'oxygène pourrait se fixer : soit sur le noyau quinoléique, soit sur la chaîne centrale $-CH^2-CH^2-$ du noyau quinuclidique. Dans le premier cas, il y aurait production d'un composé nettement phénolique, soluble dans les alcalis. L'α-oxycinchonine, étant insoluble dans les alcalis, ne peut avoir cette origine. Dans le second cas, il y aurait production d'un alcool secondaire cyclique (formule II) qui, par perte de H^2O, pourrait fournir une base renfermant le groupement de la formule III. Un tel composé ne saurait être semblable aux produits fournis par l'α-oxycinchonine; il renfermerait H^2 en moins, ce serait une déhydrocinchonine.

Le seul endroit de la molécule de la cinchonine où puisse se faire une fixation de O est la chaîne latérale vinylique. Dans ces conditions, ce n'est plus la fixation de O qu'il faut envisager, mais bien une fixation de H^2O sur la double liaison vinylique, ce qui donne le groupement $CH^3-CHOH-$ pour le composé engendré. Ce composé n'est donc plus une oxycinchonine, je propose de lui donner le nom d'*α-oxydihydrocinchonine*.

Deux faits plaident en faveur de l'existence, dans sa molécule, du groupement $CH^3-CHOH-$ et non point du groupement isomère CH^2OH-CH^2-; ce sont : 1° l'action de $NaOH+I$ qui donne de l'iodoforme, 2° l'action de $BrOH$ qui se traduit par la production de CBr^4.

En exposant le mécanisme de la formation de l'apocinchonine, de la cinchoniline et de la cinchonigine, j'ai fait intervenir la production intermédiaire d'une oxydihydrocinchonine. Ce que nous venons de voir indique que la soi-disant α-oxycinchonine est bien le composé intermédiaire générateur des isomères en question [1].

Dans l'action de SO^4H^2 sur la cinchonine, il se forme d'abord le composé suivant :

$$\begin{array}{l} CH^3 - CH - [C^{16}H^{17}(CHOH)N^2] \\ \quad\quad\ \ | \\ OH \diagdown \ \diagup O \\ \quad\ SO^2 \end{array}$$

qui est l'éther sulfurique acide d'une oxydihydrocinchonine susceptible de fournir, par saponification, ce composé ou ses produits de déshydratation qui ne sont autres que les isomères de la cinchonine que Jungfleisch et moi avons obtenus, il y a plus de 30 ans, mais dont le mode de formation n'avait pas encore été élucidé.

---

[1] *Comptes rendus*, t. 166, 1918, p. 255.

Ainsi dans l'action de HBr ou de SO^4H^2 sur la cinchonine, ce sont les mêmes isomères qui se forment. Une différence importante mérite cependant d'être signalée.

Dans le premier cas, on n'observe pas la formation de produit d'hydratation, comme il arrive dans le second. Ceci s'explique par ce fait que ce produit d'hydratation, c'est-à-dire l'α-oxydihydrocinchonine, est plus stable en présence de SO^4H^2 qu'en présence de HBr et qu'il peut, par conséquent, en subsister une partie dans les produits de la réaction effectuée avec SO^4H^2.

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur une trombe dans le Gharb.* Note de M. **J. Peyriguey**, présentée par M. J. Violle.

En mission dans la plaine du Sebou, je partis le 8 mai courant de Sidi Allal Tazi pour Mechra Bel Ksiri en remontant le cours du fleuve; le ciel était couvert de cumulo-nimbus orageux du Nord à l'Est et de stratus épars dans le secteur allant de l'Est au Nord-Nord-Ouest en passant par le Sud, lorsqu'à $8^h 25^m$ j'aperçus au loin et à l'Est-Nord-Est, vers le djebel Dbibane, un appendice conique descendant d'un cumulo-nimbus. Ce cône très noir paraissait mesurer plusieurs centaines de mètres de longueur et donnait l'illusion d'un long drapeau flottant dans un vent de tempête. Le sommet du cône resta toujours à une assez grande hauteur au-dessus du sol et sembla à plusieurs reprises remonter dans la masse floconneuse.

Les nuages devinrent de plus en plus noirs, lorsqu'à $8^h 55^m$ se forma l'immense écran strié que Brewster a nommé « bande de pluie ». A travers cette bande, je vis nettement la trombe animée de furieux claquements remonter lentement dans le nuage générateur. A ce moment l'intensité de la « bande de pluie » devint de plus en plus forte, masquant de son opacité d'abord les premières pentes des contreforts du Riff et ensuite la masse nuageuse qui occupait le ciel dans cette région. Cet écran se déplaça rapidement vers le Sud-Sud-Est, tout en conservant sa couleur noire, jusque vers $10^h 50^m$; il devint alors de plus en plus transparent, laissant apercevoir les premières pentes des contreforts du Moyen Atlas, pour disparaître enfin à 11^h.

J'ai remarqué ensuite, pendant tout le reste de la journée, la *grande* transparence de l'air ainsi que l'absence *totale* du trouble optique habituel au Maroc où, en temps normal et aux heures chaudes de la journée, il rend

absolument confuse la vision d'objets placés seulement à quelques centaines de mètres.

Des renseignements que j'ai recueillis, il résulte que la trombe ne fut précédée ni d'éclairs ni de tonnerre, et qu'une pluie torrentielle tomba à El Had Kourt et à Mechra Bel Ksiri de 9^h à $9^h 40^m$ et à Petitjean d'environ $10^h 10^m$ à 11^h.

Ces indications permettent de conclure que la trombe a longé les premières pentes des régions montagneuses comprises entre El Had Kourt et Petitjean en suivant une direction nord-quart-nord-ouest-sud-quart-sud-est, sans causer de dégâts et en ne donnant lieu qu'à des précipitations aqueuses.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Sur l'évolution des principes sucrés du sorgho et l'influence de la castration.* Note de MM. **Daniel Berthelot** et **René Trannoy**, présentée par M. Guignard.

Il nous a paru intéressant, en raison de la netteté avec laquelle l'évolution des principes sucrés peut être suivie dans le sorgho [1], de procéder à un examen détaillé de la période initiale d'apparition du saccharose.

A cet effet des sorghos furent semés le 11 avril 1917 en châssis sur une couche de terreau et éclaircis quinze jours après. Une partie des pieds repiqués en pleine terre, à un endroit bien éclairé, s'y développèrent vigoureusement; une autre partie des pieds laissés dans le châssis, à l'ombre, restèrent chétifs et n'atteignirent pas le développement des premiers; mais, comme d'habitude en cas de nanisme, leur évolution fut plus précoce; c'est à ces derniers que se rapportent les nombres suivants :

	6 juillet.	20 juillet.	3 août.	17 août.	31 août.	14 sept.	28 sept.
Poids moyen d'une tige.	40,8 g	94,8 g	176,7 g	155 g	96,6 g	113,7 g	156 g
Pourcentage du jus....	69,4	67,4	70,0	60,0	57,8	56,7	55,0
Glucose..............	1,34	1,33	2,48	4,01	0,83	1,02	0,90
Lévulose.............	0,60	0,58	0,74	3,44	0,42	0,50	0,41
Saccharose...........	0	0	0	0,10	7,29	8,55	7,83
Sucre total..........	1,94	1,91	3,22	7,55	8,54	10,07	9,14

(1) *Comptes rendus*, t. 166, 1918, p. 824.

Au début de la végétation, il n'y a que des sucres réducteurs (glucose et lévulose); leur proportion croît jusqu'au moment où le saccharose se forme à leurs dépens. On remarquera la brusquerie avec laquelle le saccharose, qui le 17 août n'existait qu'à la dose de 0,10 pour 100, est passé quinze jours plus tard à 7,3 pour 100; tandis qu'inversement le glucose et le lévulose, qui représentaient 7,4 pour 100 le 17 août, sont tombés le 31 août à 1,2 pour 100.

Influence de la castration. — La suppression des épis a été préconisée, il y a longtemps déjà, dans l'idée qu'elle permettrait d'augmenter la richesse saccharine en évitant la perte d'une partie du sucre qui se transforme en amidon dans la graine. Quelques essais ont été faits sur le sorgho, avec des résultats divers, en 1883 et 1906 aux Etats-Unis et, en 1912, en France.

Pour voir ce qui en était, nous avons procédé, le 22 juillet 1917, à l'étêtage d'un certain nombre des pieds cultivés en châssis, et du 10 au 20 août à l'étêtage de pieds cultivés en pleine terre.

Les résultats de nos essais ont été négatifs dans les deux cas; la castration n'a pas augmenté la richesse saccharine.

Voici les analyses relatives aux sorghos des châssis :

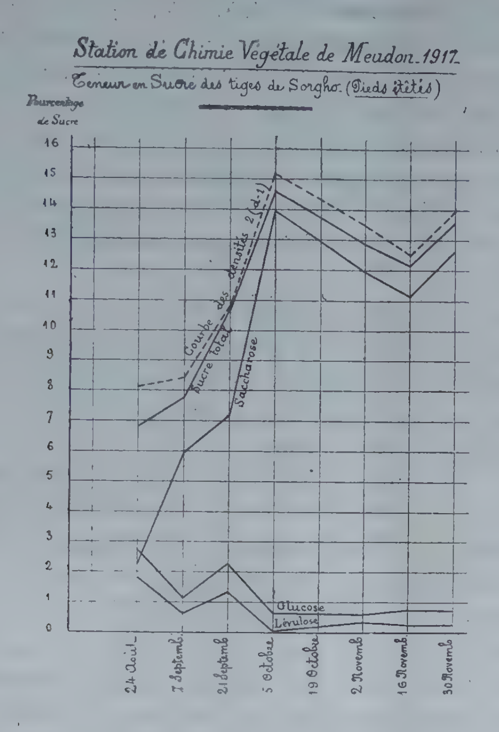
	3 août.	17 août.	31 août.	14 sept.	28 sept.
Poids moyen d'une tige..	65g,5	136g	198g	147g	124g
Pourcentage de jus......	60,4	75,4	68,5	77,7	68,5
Glucose..............	0,82	2,19	0,99	1,12	1,22
Lévulose..............	0,58	1,62	0,49	0,64	0,71
Saccharose.............	1,33	3,59	7,24	6,66	7,29
Sucre total............	2,73	7,40	8,72	8,42	9,22

La comparaison de ces nombres avec ceux donnés plus haut ne révèle aucun accroissement de la teneur en sucre.

La même conclusion se dégage des nombres suivants relatifs aux sorghos étêtés cultivés en pleine terre :

	24 août.	7 sept.	21 sept.	5 oct.	2 nov.	16 nov.	30 nov.
Poids moyen d'une tige.	355g	370g	368g	239g	565g	399g	268g
Pourcentage de jus....	67,2	73,4	76,1	73,1	78,6	75,4	74,9
Densité..............	1,040	1,042	1,054	1,076	1,068	1,063	1,070
Glucose..............	2,74	1,14	2,25	0,66	0,62	0,76	0,73
Lévulose.............	1,81	0,63	1,34	0,02	0,33	0,23	0,25
Saccharose...........	2,27	5,98	7,17	13,97	11,95	11,17	12,60
Sucre total..........	6,82	7,75	10,76	14,65	12,90	12,16	13,58

En rapprochant ces nombres, ainsi que le graphique qui les traduit aux yeux, des nombres et du diagramme donnés dans une Communication



précédente (*loc. cit.*), on ne constate pas de différence notable entre les sorghos étêtés ou non étêtés.

Dans les deux cas, la teneur maxima en saccharose est de 14 pour 100, est atteinte au même moment (5 octobre), puis diminue légèrement ensuite.

Comme pour les pieds non étêtés, la richesse saccharine s est liée à la densité d par la relation $s = 2(d - 1{,}0025)$, comme le montre le Tableau de comparaison suivant :

s calculé.....	0,075	0,079	0,103	0,147	0,130	0,120	0,135
s observé.....	0,068	0,078	0,108	0,147	0,129	0,122	0,136

Conclusions. — Il ne semble pas qu'en temps normal le sorgho puisse concurrencer industriellement la betterave ou la canne à sucre.

Les jus sucrés du sorgho offrent deux graves infériorités : en premier lieu ils cristallisent difficilement tant en raison de la forte proportion de

sucres dits *incristallisables* (glucose et lévulose) que de la présence de matières gommeuses ; en second lieu, dès que la plante est coupée et que les tissus meurent, le saccharose rétrograde en notable proportion à l'état de glucose et de lévulose : ce phénomène s'observe même avec la plante sur pied en fin de végétation. Le sorgho coupé peut donc plus difficilement être gardé en silo que la betterave ou la canne à sucre et le traitement ne doit pas être trop longtemps différé.

Au point de vue botanique, on doit noter que le sorgho se reproduisant annuellement et par graines n'offre la même régularité végétative, ni que la canne à sucre qui se reproduit d'une manière asexuée, ni que la betterave qui est bisannuelle.

Cependant le sorgho est une plante rustique, facile à cultiver, qui prospère jusque dans le nord de la France et son jus sucré, que l'on peut extraire au presse-fruits domestique, est susceptible d'être employé en nature comme sirop, et de rendre des services à l'économie ménagère dans les circonstances que nous traversons.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *De l'influence que la fonction végétale de la levure exerce sur le rendement en alcool; nouvelle interprétation du pouvoir-ferment.* Note de M. **L. Lindet**, présentée par M. Schlœsing fils.

Dans une Note précédente j'ai signalé que la levure, au cours d'une fermentation alcoolique, fait deux parts du sucre qu'elle détruit, l'une qui correspond à la formation des cellules, à la production de la glycérine, de l'acide succinique, de l'acide carbonique correspondant à la respiration de ces cellules, etc., part que j'ai appelée « déchet de fermentation », et que j'appellerai dorénavant « part de la fonction végétale », et l'autre, qui donne naissance à l'alcool et à l'acide carbonique correspondant au dédoublement du sucre (formule de Gay-Lussac) et qui est la « part de la fonction zymasique ». Ces deux parts sont complémentaires, en sorte que le poids d'alcool formé, qui correspond à la moitié environ de la part zymasique, est d'autant plus faible que la part végétale est prépondérante.

Les expériences dont je présente les résultats ont été faites dans des fioles, surmontées d'un tube absorbeur, pour retenir les traces d'alcool dégagées, par conséquent en soumettant la levure à la vie anaérobie [1].

---

[1] Une Note plus détaillée paraîtra dans un autre recueil.

L'alcool était dosé en prenant sa densité au flacon ; on calculait la quantité d'acide carbonique correspondant (formule de Gay-Lussac); le tout était rapporté à 100 de sucre consommé, et l'on en déduisait par différence la part de la fonction végétale. J'ai eu soin de ne pas arrêter trop tôt, ni de pousser trop loin les fermentations, et de choisir celles dont le sucre consommé représentait de 45 à 70 pour 100 de sucre mis en œuvre, de façon à ne pas faire état des liquides dans lesquels les levures, bien nourries au début, multiplient leurs cellules et exagèrent la quantité de sucre prélevé au titre végétal, et ceux au contraire dans lesquels, en fin de fermentation, elles dépérissent, perdent de leur poids et n'empruntent plus rien au sucre.

I. Le fonctionnement de la vie végétale, c'est-à-dire la difficulté plus ou moins grande que la levure éprouve à vivre, et dont dépend, en sens inverse, la quantité d'alcool produite, peut être mesuré soit par le rendement en levure pour 100 du sucre consommé, soit par le nombre de jours que dure la fermentation, nombre d'autant plus plus grand que la levure se forme en plus petite quantité. D'autre part, chaque journée de fermentation amène pour la levure, qui entretient ses cellules et respire, une consommation supplémentaire de sucre; la part de la fonction végétale sera donc d'autant plus importante, et celle de la fonction zymasique d'autant plus faible, que la fermentation aura été plus lente. Pour les fermentations anaérobies tout au moins, le rendement en levure assure le rendement en alcool.

Le problème du rendement en alcool revient donc à rechercher les conditions qui favorisent ou qui gênent le développement de la levure, prolongent ou raccourcissent la durée de la fermentation.

J'ai étudié, dans cet ordre d'idées, l'influence de la valeur alimentaire du bouillon (A), celle de la concentration en sucre (B), celle de la vigueur des globules plus ou moins plasmolysés (C), celle de la température de fermentation (D). Les chiffres des Tableaux montrent que, moins il y a de levure, plus la fermentation se prolonge, plus la proportion de sucre consommé par la fonction végétale s'élève, et plus s'abaisse le rendement en alcool; dans le dernier cas seulement (D), l'abaissement de la tempétature a agi plus sur la durée de la fermentation que sur la diminution du poids de levure. La règle précédente subsiste quand on augmente la quantité de levure ensemencée; quand on dépasse une certaine limite (1 pour 1000 de levure supposée sèche), on obtient une fermentation très rapide, mais

	Levure pour 100 du sucre consommé.	Nombre des journées de fermentation.	Pour 100 du sucre consommé: Part de la fonction végétale.	Pour 100 du sucre consommé: Part de la fonction zymasique.	Alcool pour 100 du sucre consommé.	Pouvoir-ferment: Pouvoir-végétal.	Pouvoir-ferment: Pouvoir-zymase.	Quotient du pouvoir végétal par jour de fermentation.
			A. Influence de la valeur alimentaire du bouillon.					
Touraillons......	3,2	2,5	5,5	94,5	48,4	1,7	29,5	0,7
Jus de raisins....	2,9	3	6,9	93,1	47,7	2,4	32,1	0,8
Milieu minéral...	0,9	11	10,6	89,4	45,8	11,8	99,3	1,1
			B. Influence de la concentration en sucre.					
Saccharose :								
2 pour 100.....	7,7	1	6,3	93,7	48,0	0,8	12,2	0,8
4 pour 100.....	5,5	1,5	6,3	93,7	48,0	1,2	17,0	0,8
8 pour 100.....	3,4	2	6,9	93,1	47,7	2,0	27,4	1,0
10 pour 100....	2,9	3	7,3	92,7	47,5	2,5	32,0	0,8
15 pour 100....	1,8	4	7,5	92,5	47,4	4,2	51,3	1,0
			C. Influence de la vigueur de la levure.					
Non plasmolysée..	3,6	2	4,9	95,1	48,7	1,4	26,4	0,7
Peu plasmolysée..	2,7	3	6,7	93,3	47,8	2,5	30,0	0,8
Plus plasmolysée.	2,6	4	9,2	90,8	46,5	3,5	28,7	0,9
			D. Influence de la température de fermentation.					
Température :								
28°-30°........	2,0	4	6,7	93,3	47,8	3,4	46,7	0,9
15°-18°........	1,9	8	9,2	90,8	46,5	4,8	47,8	0,6
10°-12°........	2,2	12	10,0	90,0	46,1	4,5	40,7	0,4
			E. Influence de l'ensemencement en masse.					
Levure sèche :								
0,6 pour 1000..	4,6	2	11,2	88,8	45,5	2,4	19,2	1,2
1,0 pour 1000..	4,7	2	11,0	89,0	45,6	2,3	18,2	1,2
2,8 pour 1000..	8,4	2	11,4	88,6	45,4	1,4	10,2	0,7
			F. Influence de l'origine des levures.					
Levure de vin....	2,0	4	6,7	93,3	47,8	3,4	46,7	0,8
Levure de cidre..	2,7	2,5	7,3	92,7	47,5	2,7	34,3	1,0
Levure de bière..	2,9	3	6,9	93,1	47,7	2,4	32,1	0,8

l'entretien et la respiration d'un nombre excessif de cellules déterminent une consommation trop forte de sucre, au titre végétal. L'origine des levures ne semble pas avoir une influence sur les rendements.

II. La notion du pouvoir-ferment doit être considérée dans les deux fonctions de la levure; la quantité de sucre que l'unité de levure consomme pour sa vie végétale doit porter le nom de *pouvoir végétal*, et celle que consomme cette même unité de levure pour accomplir sa fonction zymasique, porter celui de *pouvoir zymase*, leur somme représentant le pouvoir ferment de Pasteur. Dans les expériences que j'ai faites (A, B, C), ces deux pouvoirs se sont montrés d'autant plus élevés que la récolte de levure a été moins abondante, et que la fermentation s'est prolongée davantage. Cette prolongation de la vie végétale, accumulant plus de déchets, a créé une plus forte quantité de zymase.

Si l'on rapporte ces deux pouvoirs, et spécialement le pouvoir végétal à l'unité de temps (24 heures), on constate que, sauf en D, où l'abaissement de température a gêné la respiration, le poids de sucre que la levure utilise pour former un poids de levure donné, en un temps donné, a été sensiblement le même quand on a fait varier les différentes conditions de l'expérience.

HISTOLOGIE. — *Sur la valeur de l'ultramicroscope dans l'investigation histologique*. Note de M. **J. Nageotte**, présentée par M. Yves Delage.

Deux tendances opposées se font jour actuellement dans les travaux concernant le protoplasma.

Les histologistes décrivent avec une précision de plus en plus grande des formations multiples dans l'édifice cellulaire. Pour eux il existe, entre les structures moléculaires et les structures anatomiques, une série continue de systèmes d'organisation qui s'emboîtent les uns dans les autres et dont les caractères diffèrent pour chaque ordre de grandeur.

Par contre, les physiciens voudraient réduire la substance protoplasmique aux seules lois de la physique moléculaire, telles qu'ils peuvent les étudier *in vitro*, sur des colloïdes ou des lipoïdes non organisés. Les détails observés dans l'intérieur de la cellule seraient, pour la plupart, d'origine artificielle et résulteraient de l'action coagulante des fixateurs.

A cette manière de voir on peut objecter qu'il est possible de distinguer certaines structures, dans des éléments en état de survie, avec une netteté suffisante pour conclure à la sincérité des images plus complètes et plus claires, données par la technique histologique, par exemple la chromatine du noyau quiescent, les détails de la caryokinèse, les mitochondries.

Par contre, certaines structures, parmi les plus importantes, échappent complètement à tout examen pratiqué sur les éléments vivants : telles sont les neurofibrilles.

Lorsqu'on dissocie avec soin un nerf survivant de lapin, on peut obtenir des fibres nerveuses intactes complètement isolées. Le cylindraxe se présente sous la forme d'un espace large de plus de 15^{μ}, limité de chaque côté par deux bandes réfringentes, qui dessinent la coupe optique de la gaine de myéline. Cet espace est optiquement vide. A l'ultramicroscope, comme à l'éclairage par transparence, on n'y observe que des mitochondries très fines, immobiles, disséminées en très petit nombre. Une telle apparence peut suggérer l'idée que le protoplasma du cylindraxe est un « gel » et que sa substance est homogène.

Si l'on fixe le nerf dans un liquide approprié, on constate que la forme générale des fibres nerveuses est respectée; la gaine de myéline et ses incisures n'ont pas subi de déformations graves; les mitochondries sont restées semblables à ce qu'elles étaient avant la fixation. Mais la préparation montre dans le cylindraxe un réticulum ou spongioplasme très délicat et des neurofibrilles dont l'ultramicroscope ne permettait pas de soupçonner l'existence.

Il semble donc qu'il faille choisir entre deux alternatives : ou bien ces structures, à l'état vivant, ont toutes les deux exactement le même indice de réfraction que la sérosité intracellulaire, ce qui est peu vraisemblable; ou bien elles ne préexistent pas à l'action des fixateurs.

L'argument est d'autant plus troublant que les conditions optiques sont excellentes dans l'exemple choisi. Mais avant de l'accepter, il convient de mettre à l'épreuve la valeur de l'ultramicroscope pour cet ordre d'études en particulier.

C'est ce que j'ai cherché à faire en m'adressant à un objet sur la structure duquel aucune incertitude ne peut exister.

Un tendon placé dans un acide très dilué subit, comme l'a montré Zachariadès, un gonflement considérable. Son tissu devient transparent; lorsqu'on l'examine dans l'eau, il paraît légèrement opalescent. Cette gelée, portée sous le microscope après dissociation légère et coloration au bleu de méthyle, se montre formée de fibrilles collagènes gonflées et tassées les unes contre les autres; sur les bords des faisceaux il existe de

nombreuses fibrilles complètement isolées, ce qui permet de les étudier parfaitement; les plus volumineuses atteignent un diamètre de 1^{μ}, mais il en est de beaucoup plus grêles. Tous ces faits, et d'autres plus délicats, concernant la structure intime des fibrilles tendineuses, ont été parfaitement observés et décrits par Zachariadès [1].

Si, au lieu de colorer la préparation, on l'examine telle quelle par transparence, on distingue nettement, même avec un grossissement moyen (obj. apochr. de 8^{mm}, oc. 12), la structure fibrillaire de cette gelée. Par conséquent, il existe des variations de l'indice de réfraction soit à la périphérie, soit dans l'épaisseur même des fibrilles collagènes gonflées.

On substitue alors un miroir parabolique au condensateur ordinaire, sans bouger la préparation, et l'on s'éclaire avec une source lumineuse puissante (lampe Nernst). Dans ces conditions, un réseau lâche et délicat de fibres élastiques, qu'on voyait déjà fort bien par transparence, s'illumine vivement et brille sur le fond noir de la préparation : la striation due aux fibrilles collagènes, facile à distinguer dans l'image négative (par transparence), a complètement disparu dans l'image positive (par éclairage sur fond noir). L'ultramicroscope ne permettrait donc pas de distinguer la substance collagène d'un tendon, encore organisée malgré sa déformation par l'acide, de la même substance qui aurait été transformée par la chaleur en gélatine amorphe.

C'est là le point sur lequel je désirais attirer l'attention. Il est facile de vérifier le phénomène que je viens de décrire, à la condition toutefois d'observer certaines précautions, sans quoi on voit apparaître un autre phénomène, dont l'étude m'entraînerait bien loin au delà des limites de cette Note, mais que je dois néanmoins signaler en raison des confusions auxquelles il pourrait donner lieu.

Pour obtenir, dans les régions de la préparation occupées par des fibrilles collagènes, un fond noir, il faut que le tissu n'ait pas été écrasé. Une mince couche de tendon gonflé, détachée avec des ciseaux bien tranchants, doit être étalée et légèrement dissociée sur une lame, puis recouverte d'une lamelle sur laquelle on appuie doucement.

Si l'on appuie trop fort et à plus forte raison si l'on écrase intentionnellement, il apparaît dans la substance collagène des bâtonnets rectilignes, qui s'illuminent plus vivement encore que les fibres élastiques. Ces bâtonnets peuvent être rares et courts

---

(1) Zachariadès, *Comptes rendus de la Société de Biologie*, 1900-1902; *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 1903; *Comptes rendus de l'Association des anatomistes*, 1903.

si la pression n'a pas été forte; mais, à un degré plus avancé, ils se multiplient et s'allongent en filaments extrêmement grêles, qui présentent successivement, mais sans aucune régularité, des portions très éclairées et des portions très pâles, à peine visibles. Il peut s'y mélanger des nébuleuses et des granulations indépendantes, et le tout remplit certains faisceaux collagènes dont les limites se trouvent ainsi mises en évidence. Ailleurs la distribution irrégulière de ces filaments indique que les faisceaux collagènes sont écrasés complètement.

De ce qui précède il me paraît résulter que, si l'ultramicroscope peut rendre de grands services dans la recherche histologique, il peut aussi donner des résultats négatifs, même dans des cas où l'examen par transparence laisse apercevoir des structures à l'intérieur de la substance étudiée sans coloration. Comme d'autre part l'examen à la lumière transmise ne permet plus de rien voir, dans les mêmes conditions, au-dessous d'un certain degré de finesse lorsque les différences de réfringence ne sont pas très considérables, on peut conclure que l'invisibilité d'une structure histologique à l'état vivant ne crée absolument aucune présomption contre la réalité de son existence.

PHYSIOLOGIE. — *Le psychographe et ses applications.* Note (¹) de M. Jules Amar, présentée par M. Laveran.

J'ai donné le nom de *psychographe* à un dispositif expérimental qui permet *l'enregistrement graphique du temps de réaction simple ou délibérée.* A vrai dire, c'est le perfectionnement de mon premier modèle (²), décrit en 1916, mais rendu plus maniable et d'une exactitude très satisfaisante. On sait que le temps de réaction simple mesure la durée entre l'instant marqué par un signal (*visuel, auditif ou tactile*) et l'instant où, par un *acte moteur déterminé* (cri, ou pression du doigt), on accuse la perception de ce signal. Le phénomène est, ici, réduit à ses éléments essentiels, et en quelque sorte *réflexes.*

Au contraire, le temps de réaction délibérée est un phénomène complexe; on y introduit le *discernement*, le choix, le jugement, l'attention, c'est-à-dire des *éléments psychiques.* Entre le signal et la réaction motrice se place ce *travail* des centres nerveux dont l'évaluation intéresse l'étude de l'homme

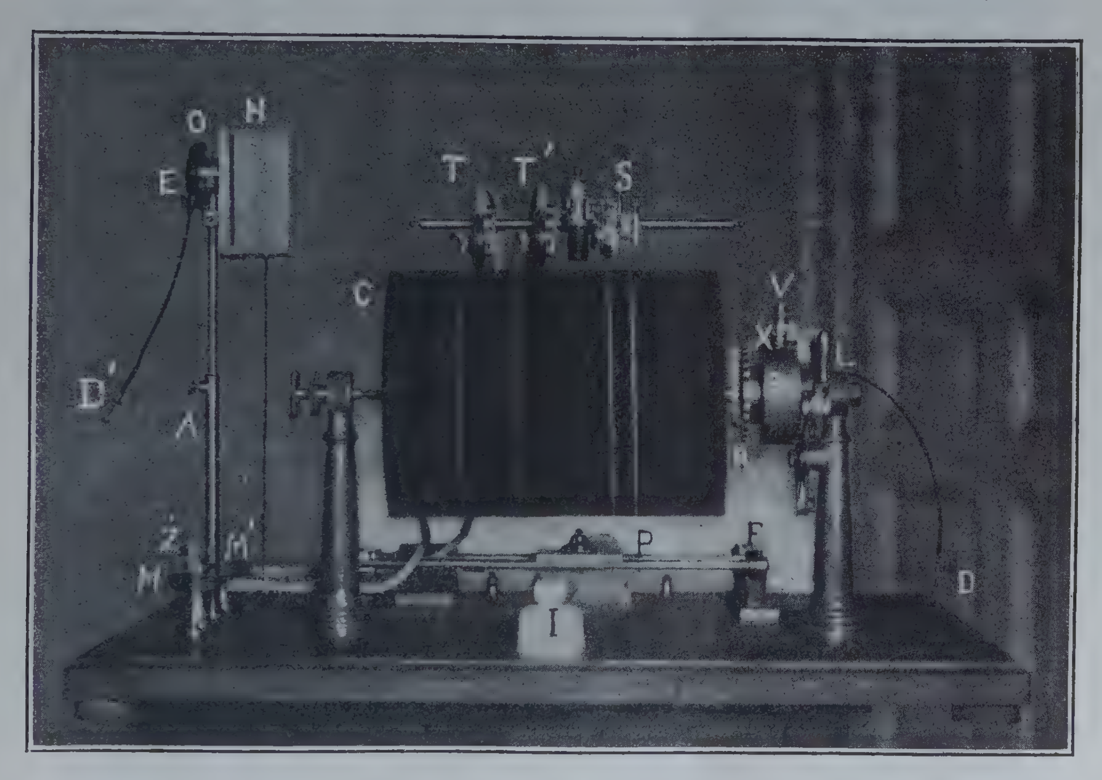
(¹) Séance du 27 mai 1918.
(²) Jules Amar, *Organisation physiologique du travail*, p. 54.

normal, en vue des conditions d'aptitude professionnelle, et l'invalide, soit dans le même but, soit pour l'analyse des fonctions nerveuses dans les différents états pathologiques.

Voici d'abord l'économie du psychographe :

Tous les organes sont disposés sur une planche de $70^{cm} \times 50^{cm}$ formant un tout portatif.

1° *Partie graphique.* — Elle comprend un cylindre enregistreur C (voir



Aspect général du psychographe.

la figure) d'un mécanisme pratique et nouveau, ne faisant en une seconde qu'un *seul tour* pour l'expérience. On obtient ce résultat en armant le barillet B grâce au levier L ; celui-ci, d'abord abaissé à fond, est ensuite ramené à la position debout (celle de la figure) ; pour la mise en marche, il suffit d'appuyer le doigt sur le déclencheur automatique D, analogue aux déclencheurs des

photographes. L'entraînement du cylindre s'effectue au moyen d'un toc X rabattu sur une roue dentée R. C'est uniquement pour noircir le papier que l'on relève le doigt du toc et libère le cylindre; mais il ne faut pas oublier de le rabattre au moment de l'expérience. Ajoutons un petit détail qui a son importance : la vis V permet, après plusieurs années d'usage de l'appareil, de régler la pression du ressort contenu dans le barillet et elle assure donc un mouvement toujours régulier, la butée se produisant exactement à la fin du tour.

La partie graphique est encore constituée par deux tambours inscripteurs T et T′ conjugués avec deux capsules manométriques spéciales M et M′, dont on va voir le rôle. Enfin un double signal de Deprez S inscrit, d'une part les vibrations d'un diapason P, d'autre part l'instant de l'ouverture du diaphragme d'un obturateur photographique O; c'est le diaphragme lui-même qui fournit le contact électrique et actionne le signal; on règle avec une petite vis latérale et une lame élastique E.

On notera que le diapason (entretenu par une pile) fait 100 vibrations doubles, c'est-à-dire qu'il donne le $\frac{1}{100}$ de seconde; mais la vitesse du cylindre débite 6^{mm} de papier par $\frac{1}{100}$ de seconde, et permet ainsi de lire le $\frac{1}{600}$ de seconde. Une précision supérieure à celle-là n'existe pas et ne serait qu'un leurre.

2° *Partie signalétique.* — Elle est conçue pour produire des signaux visuels, auditifs et tactiles.

a. Signal lumineux. — L'obturateur O fait partie d'une boîte H qui contient une lampe électrique de 4 volts, réunie à deux accumulateurs à travers la planche. Des écrans colorés, *bleu*, *rouge*, s'insèrent derrière le diaphragme, qui est du modèle iris avec déclencheur instantané D′.

Ce dispositif découvre la lumière au moment même où le signal Deprez l'enregistre; la source est colorée ou non, avec variations du temps de pose et de la surface visible. On peut aussi faire de l'instantané au $\frac{1}{100}$ de seconde. Le sujet réagit en appuyant le doigt sur les capsules M ou M′ suivant qu'il voit bleu ou rouge, celles-ci portant un disque à la couleur correspondante. Il y a donc là *choix*, *discernement*, *acte psychique*. S'il réagit toujours sur la même capsule, il y a *réaction simple*. On ferme la lumière en tournant l'interrupteur I, et l'on place l'obturateur au niveau des yeux en faisant coulisser son support A.

b. Signal auditif. — Il est produit par la chute d'un petit marteau Z sur un timbre adhérent à la membrane de la capsule M′. Le sujet, ayant les yeux bandés, réagit sur la capsule M; d'où deux encoches *successives* sur le papier. La hauteur de chute du marteau se règle à volonté.

c. Signal tactile. — Toujours les yeux couverts, le sujet place un doigt sur chaque capsule. L'observateur le touche vivement sur l'un, et sa pression est enregistrée, *suivie* de la pression de réaction de l'autre doigt.

Avant de passer aux applications psychographiques, on insistera pour que toutes les pointes inscrivantes soient rigoureusement sur une même génératrice du cylindre; le charriot F sert à cette vérification. Et l'on habituera le patient à ce genre d'observations par *au moins* trois essais non enregistrés, faute de quoi les *psychogrammes*, malgré leur fidélité et leur caractère objectif, seront sans valeur.

PHYSIOLOGIE. — *Recherches sur la toxicité de l'albumine d'œuf. Influence des saisons sur la sensibilité de l'organisme à l'intoxication azotée.* Note [1] de **M. F. Maignon**, présentée par M. E. Leclainche.

Magendie démontra, en 1816, que les aliments azotés sont indispensables à la vie des animaux; il conclut également à leur insuffisance, car, ayant cherché à nourrir des chiens avec de la gélatine pure, les animaux moururent dans le marasme.

Nous avons repris les expériences de Magendie en alimentant nos animaux (rats blancs, chiens) avec des albumines vraies (albumine d'œuf, fibrine, caséine), employées aussi pures qu'il est possible de se les procurer.

Nous donnons, dans cette Note, les résultats obtenus sur le rat blanc avec l'albumine d'œuf.

Cet animal offre l'avantage d'ingérer spontanément les protéines présentées sous forme de boulettes.

Ces dernières, dosées à 1^g de substance, sont préparées avec l'albumine d'œuf du commerce, finement pulvérisée, agglutinée à l'aide d'une solution légère de gélatine.

Afin d'éviter la déminéralisation des sujets soumis à cette alimentation exclusive, on ajoute aux boulettes des sels minéraux en petites quantités (poudre d'os, chlorure de sodium, carbonate de fer) et du bicarbonate de soude, dans le but de maintenir l'urine légèrement alcaline et de prévenir l'acidose. Les sujets d'expérience, placés dans des cages métalliques individuelles, ne sont soumis à aucun rationnement, les boulettes leurs sont données à discrétion. Chaque jour on procède à l'évaluation des ingesta et, tous les deux jours, les animaux sont pesés à jeun.

---

(1) Séance du 27 mai 1918.

Date de l'expérience.	Survie en jours.	Moyennes.	Perte de poids pour 100.	Moyennes.
1913.				
Mai (1re quinzaine)	3	3	21	23
»	2 ½		20	
»	3		23	
»	4 ½		28	
(2e quinzaine)	4	4	30	32
»	4		34	
Juin	6	7	35	32
»	8		29	
Août	20	20	43	43
Octobre (1re quinzaine)	4 ½	4	22	20
»	4		18	
(2e quinzaine)	6	6	33	34
»	6 ½		35	
Novembre	7	7	37	32
»	7 ½		26	
Décembre	6	9	30	32
»	12		33	
1914.				
Janvier	18	22	39	41
»	26		43	
Mars	12	13	30	37
»	14		43	
Avril	8	9	25	30
»	11		33	
»	7		32	
Mai 5	5	7	31	34
»	9		38	
Mai 14	4 ½	5	29	31
»	5		33	
Mai 21	6	6 ½	35	31
»	7		27	
Juin	5	6	29	33
»	5		37	
»	7		32	
Juillet	10	11	42	38
»	12		35	

Dans le Tableau ci-contre, nous donnons, pour chaque expérience, la durée de la survie et la perte de poids au moment de la mort. L'étude anatomo-pathologique des organes est due à la collaboration de M. Maurice Roquet.

ANALYSE DES RÉSULTATS.

Influence des saisons. — *Durée de la survie.* — Très courte au printemps et à l'automne, où les animaux meurent dans un délai de 3 à 5 jours, elle augmente considérablement en été et en hiver, où elle atteint 20 à 26 jours. Ses variations, au cours d'une année, s'effectuent suivant une courbe régulière qui passe par deux minima en mai et octobre, et par deux maxima en août et janvier.

Perte de poids. — A aucun moment, la fixité du poids n'est obtenue, bien que l'ingestion d'albumine atteigne souvent 10^g et 12^g par jour. La perte de poids augmente donc avec la durée de la survie : de 20 à 30 pour 100 qu'elle est au printemps et à l'automne, elle atteint et dépasse 40 pour 100 en été et en hiver.

Cause de la mort. — Elle varie avec la saison.

Intoxication aiguë du système nerveux central. — Au printemps et à l'automne, l'énorme réduction de la survie écarte toute explication de la mort par insuffisance alimentaire et fait songer à l'intoxication. La symptomatologie confirme d'ailleurs cette manière de voir. Vers la fin de la survie, les sujets entrent dans une période de vive excitabilité, à laquelle succède brusquement le coma. L'action de la toxicité albuminique s'exerce donc sur le système nerveux central.

Épuisement des réserves. — En août et janvier, la survie est d'une vingtaine de jours et la perte de poids dépasse 40 pour 100; l'amaigrissement est extrême et les animaux meurent dans le marasme, par épuisement des réserves.

Intoxication subaiguë. — Celle-ci s'observe aux époques intermédiaires, alors que la mort survient au bout de 6 à 10 jours, avec des pertes de poids de 30 à 35 pour 100. La mort est précédée d'une période d'excitation suivie de coma.

RÉSUMÉ ET CONCLUSIONS :

1° L'albumine d'œuf est impuissante, chez le rat blanc, à entretenir la vie et à maintenir la fixité du poids.

2° Les rats blancs nourris à l'albumine d'œuf meurent rapidement d'intoxication aiguë du système nerveux central en mai et octobre, tandis qu'ils succombent lentement dans le marasme en août et janvier.

Ces faits permettent de comprendre le caractère saisonnier des manifestations de certaines maladies de la nutrition rattachées à l'intoxication azotée : eczéma, affections rhumatismales, etc.

3° L'intoxication albuminique aiguë produit le coma.

Cette constatation plaide en faveur de la théorie de MM. Hugounenq et Morel, d'après laquelle le coma diabétique serait dû non pas à l'acidose, mais à l'accumulation de peptides dérivés des protéiques et engendrés par la dénutrition azotée.

BIOLOGIE. — *Sur l'action qu'exercent, chez les chenilles d'*Agrotis ripæ, *les piqûres venimeuses de l'Ammophile hérissée.* Note de M. **Lécaillon**, présentée par M. Henneguy.

Ayant recueilli et conservé des chenilles d'*Agrotis ripæ*, piquées par l'Ammophile hérissée, les 7, 9 et 10 septembre 1917 (¹), j'ai pu étudier avec quelques détails l'effet produit sur elles par le venin de cet Hyménoptère. J.-H. Fabre croyait à une harmonie préétablie entre la durée de la paralysie dont sont atteintes les chenilles piquées, d'une part, et la nécessité de se nourrir de chair fraîche à laquelle auraient été soumises les larves d'Ammophile, d'autre part. Mais E. Maigre vit que, dès le sixième jour de leur développement, ces larves n'ont plus à leur disposition que de la chair corrompue. Le corps des chenilles nourricières, dès qu'il est entamé par les larves d'Ammophile, ne peut manquer, en effet, d'entrer en décomposition.

En 1909, Ch. Ferton fit une nouvelle observation intéressante. Il conserva vivantes, pendant plus de trois semaines, des chenilles arpenteuses

(¹) Voir *Comptes rendus*, t. 166, 1918, p. 530.

retirées d'un nid d'*Ammophila Heydeni*. Et il vit que leur corps était ridé, mais qu'elles étaient capables d'exécuter encore de petits mouvements.

Les faits principaux que j'ai constatés au cours de mon étude sont les suivants :

1° La longévité des chenilles paralysées par le venin d'*A. hirsuta* peut être considérable. Je possède encore actuellement (25 mai 1918) deux sujets vivants et toujours dans un état de paralysie complète. Deux autres ne moururent qu'à la fin de mars. Un cinquième exemplaire, toujours paralysé, fut sacrifié à la fin de février, et un sixième en avril.

2° Sept chenilles, dont chacune contenait une larve d'Hyménoptère non déterminé vivant chez elle en parasite interne, moururent une huitaine de jours après avoir été piquées par l'Ammophile hérissée; mais les parasites s'y étaient entièrement développés malgré le venin inoculé. La mort fut occasionnée, dans ces cas, non par la substance venimeuse, mais par les désordres résultant de la présence de parasites dans l'organisme.

3° Pendant les deux jours qui suivent le moment où elles sont piquées, les chenilles ne présentent pas de paralysie du tube intestinal, car la digestion continue à s'opérer dans celui-ci, et les résidus en sont rejetés dans les délais ordinaires.

4° Les muscles dont dépendent les mouvements des anneaux et des appendices locomoteurs perdent toute activité et tombent dans un état de relâchement complet. Le corps devient flasque, aplati et considérablement ridé sur toute sa surface. Dès le deuxième jour qui suit l'instant des piqûres, ce phénomène se produit.

5° Dans la région de la tête et dans celle des deux derniers anneaux de l'abdomen, de faibles mouvements peuvent s'observer. C'est ainsi qu'on voit parfois l'animal remuer quelque peu ses fausses pattes anales, ses appendices buccaux ou ses antennes.

6° L'excitation, au moyen d'une aiguille, des deux régions dont il vient d'être question, provoque également l'apparition de mouvements semblables à ceux qui peuvent se manifester spontanément. En tout autre point de la surface du corps, l'excitation dont il s'agit ne produit, au contraire, aucun effet.

7° Le cœur des chenilles paralysées continue à se contracter périodiquement, à intervalles éloignés et irréguliers. Au moment des grands froids de l'hiver, on pouvait compter en moyenne quatre contractions par minute. En élevant de quelques degrés la température du milieu où étaient placées les

chenilles, on pouvait constater que les contractions cardiaques devenaient un peu plus fréquentes.

8° Dans aucun cas je n'ai vu de chenille recouvrer progressivement tant soit peu de son activité; quand la mort survient, elle succède insensiblement à l'état de torpeur où tombent les Insectes peu de temps après que le venin leur a été inoculé.

La séance est levée à 16 heures et demie.

É. P.